

Сиром'ятников Ю.М.
Харченко О.М.
Державний
біотехнологічний
університет,
м. Харків, Україна
E-mail:
gara176@btu.kharkov.ua

**ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ОСНОВИ
ТА ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ
ЦЕНТРИФУГУВАННЯ ПРИ ВИТОПЛЕННІ
БДЖОЛИНОГО ВОСКУ**

DOI: <https://doi.org/10.31359/2311-441X-2025-27-176>

УДК 638.15:66.047:621.926

Сиром'ятников Ю.М., Харченко О.М. Фізико-механічні основи та оптимізація режимів центрифугування при витопленні бджолиного воску

Анотація. У статті розглянуто процес витоплення бджолиного воску в інноваційному центрифужному агрегаті з паровим нагрівом як складну багатостадійну тепломасообмінну та механічну систему. На відміну від традиційних способів витоплення, у запропонованому підході реалізовано примусове механічне підсилення процесу за рахунок дії відцентрових сил, що істотно змінює енергетичну структуру розділення фаз і підвищує ефективність вилучення воску з пористої структури мерви.

Процес описано з позицій термодинаміки відкритих систем з урахуванням внутрішнього виробництва ентропії, фазового переходу та в'язкотекучої фільтрації розплавленого воску. Запропоновано фізико-механічну модель, яка поєднує теплопровідність, задачу Стефана для плавлення воску та узагальнений закон Дарсі–Форхгеймера з додатковим відцентровим напором. Для кількісного аналізу впливу режимних параметрів застосовано метод багатофакторного регресійного аналізу другого порядку з побудовою поверхонь відгуку.

Встановлено, що домінуючими факторами, які визначають вихід бджолиного воску, є частота обертання барабана центрифуги та тривалість процесу, тоді як температура пари має допоміжний характер і повинна обмежуватися з позицій енергоефективності. На основі аналізу локальних чутливостей і поверхонь відгуку визначено раціональні режими центрифугування, які забезпечують підвищення виходу воску до 90 % при зниженні питомих енерговитрат приблизно на 20 % порівняно з традиційними методами. Отримані результати можуть бути використані при проєктуванні та оптимізації промислових агрегатів для витоплення бджолиного воску.

Ключові слова. бджолиний віск; центрифугування; тепломасообмін; фазовий перехід; багатофакторна оптимізація; поверхні відгуку; енергоефективність.

Syromiatnykov, Y.M.; Kharchenko, O.M. Physico-Mechanical Foundations and Optimization of Centrifugation Regimes in Beeswax Rendering

The article examines the process of beeswax rendering in an innovative centrifugal unit with steam heating as a complex multistage heat and mass transfer and mechanical system. Unlike traditional wax rendering methods, the proposed approach implements forced mechanical intensification of the process through the action of centrifugal forces, which significantly alters the energy structure of phase separation and increases the efficiency of wax extraction from the porous structure of comb residues.

The process is described from the standpoint of thermodynamics of open systems, taking into account internal entropy production, phase transition phenomena, and viscous filtration of molten wax. A physico-mechanical model is proposed that combines heat conduction, a Stefan-type melting problem for beeswax, and a generalized Darcy–Forchheimer law with an

additional centrifugal driving pressure. Quantitative analysis of the influence of operating parameters is performed using a second-order multifactor regression model with the construction of response surfaces.

It is established that the dominant factors determining beeswax yield are the rotational speed of the centrifuge drum and the duration of the process, whereas steam temperature has an auxiliary character and should be limited from the standpoint of energy efficiency. Based on the analysis of local sensitivities and response surfaces, rational centrifugation regimes are identified, ensuring an increase in wax yield of up to 90% while reducing specific energy consumption by approximately 20% compared with traditional methods. The obtained results can be used in the design and optimization of industrial units for beeswax rendering.

Keywords: *beeswax; centrifugation; heat and mass transfer; phase transition; multifactor optimization; response surfaces; energy efficiency.*

Постановка проблеми

Бджолиний віск є цінним продуктом бджільництва, який широко використовується у харчовій, фармацевтичній, косметичній та технічній галузях. Якість і собівартість воску значною мірою визначаються способом його витоплення з воскосировини, що зумовлює актуальність удосконалення технологій цього процесу. Традиційні методи витоплення бджолиного воску, засновані переважно на тепловій дії, характеризуються тривалою тривалістю процесу, високими питомими енерговитратами та обмеженою повнотою вилучення воску з пористої структури мерви.

Застосування примусових механічних впливів, зокрема відцентрових сил, відкриває нові можливості для інтенсифікації процесу витоплення воску. Проте впровадження центрифугування у технологічну схему супроводжується ускладненням фізичної картини процесу, оскільки одночасно реалізуються теплопровідність, фазові переходи, в'язкотекуча фільтрація та інерційне розділення фаз. За таких умов традиційні емпіричні підходи до вибору режимних параметрів стають недостатніми і не забезпечують раціонального поєднання високого виходу воску та енергоефективності процесу.

Незважаючи на наявність окремих досліджень, присвячених центрифугуванню воскових та воско-подібних матеріалів, у більшості робіт розглядаються або окремі теплові аспекти плавлення, або механічні умови відділення рідкої фази без урахування їх взаємного впливу. Відсутність узагальненої фізико-механічної та математичної моделі процесу ускладнює обґрунтований вибір конструктивних параметрів центрифужних агрегатів і режимів їх роботи.

У зв'язку з цим актуальною науково-технічною проблемою є розроблення комплексного підходу до опису та оптимізації процесу витоплення бджолиного воску з урахуванням спільної дії тепломасообмінних і механічних факторів. Розв'язання цієї проблеми дозволить підвищити ефективність вилучення воску, знизити питомі енерговитрати та створити науково обґрунтовану основу для проєктування і модернізації промислових центрифужних агрегатів.

Представлене дослідження виконано в межах дисертаційної роботи здобувача ступеня доктора філософії та є складовою частиною прикладної науково-дослідної роботи «Техніко-технологічне обґрунтування напряму “Міське бджільництво” при університеті», що виконується в Державному біотехнологічному університеті (державний реєстраційний № 0122U002036).

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Сучасні дослідження процесів витоплення бджолиного воску демонструють зростаючий інтерес до інтенсифікації технологій переробки воскосировини з метою

підвищення виходу продукту та зниження питомих енерговитрат. У роботі [1] проаналізовано роботу центрифуги для отримання воску з апіарної сировини та показано, що застосування відцентрових сил дозволяє істотно підвищити ефективність відділення воскової фази порівняно з традиційними тепловими методами. Разом з тим автори обмежуються переважно експериментальними результатами без детального фізико-механічного узагальнення процесу.

У низці досліджень центрифугування воскових і парафінових матеріалів розглядається у суміжних галузях. Так, у роботах [2,3] досліджено процеси центробіжного формування та аналізу парафіну і бджолиного воску, зокрема для гібридних ракетних палив, що дозволило встановити вплив швидкості обертання на структуру та властивості матеріалу. Хоча ці результати безпосередньо не спрямовані на витоплення воску, вони підтверджують фундаментальну роль відцентрового поля у керуванні реологією та фазовим станом воскових систем.

Окремий напрям досліджень пов'язаний з термічними та комбінованими методами нагріву воскової сировини. У роботі [4] обґрунтовано конструктивні та технологічні параметри мікрохвильових установок для теплової обробки воскових матеріалів, показано можливість скорочення тривалості процесу за рахунок об'ємного нагріву. Разом із тим такі методи вимагають суворого контролю температурних режимів, що ускладнює їх промислову реалізацію без додаткових систем керування.

Фундаментальні аспекти фазового переходу воску також широко досліджуються з використанням чисельних методів. Зокрема, у роботі [5] проведено чисельне моделювання плавлення воску з рухомою фазовою межею, що дозволило детально описати теплообмінні процеси на межі фаз. Отримані результати є важливими для формалізації задачі типу Стефана, однак не враховують механічні фактори, характерні для центрифугування.

Перспективність застосування відцентрових сил для роботи з восковими та воскоподібними матеріалами підтверджена також у роботі [6], де розглянуто пресування воскових композицій під дією відцентрового поля з позицій формування знімних моделей. Автори показують, що інерційні сили можуть істотно змінювати умови переміщення розплаву, проте не аналізують тепломасообмінну складову процесу.

Дослідження, спрямовані на вимірювання та аналіз властивостей воску, зосереджуються також на експериментальних методах. У роботі [7] запропоновано комбінований метод одночасного центрифугування та газової хроматографії для дослідження осадження воску, що підкреслює можливість використання центрифугування як ефективного інструменту керування фазовими процесами.

Питання енергоефективності та альтернативних джерел енергії для плавлення воску розглянуті у роботі [8], де досліджено застосування сонячної енергії для розплавлення бджолиного воску. Показано потенціал зниження енерговитрат, однак такі системи суттєво залежать від зовнішніх умов і не забезпечують стабільності режимів.

У мікрофлюїдних та суміжних технологіях відцентрові платформи застосовуються для керування потоками воскових клапанів, що детально розглянуто у роботі [9]. Хоча масштаб і цілі таких систем відрізняються від промислового витоплення воску, результати підтверджують універсальність відцентрового поля як керуючого чинника для в'язкотекучих матеріалів.

Якість бджолиного воску та вплив способів витоплення на його властивості досліджуються у низці робіт [10,11], де проаналізовано відмінності між воском з різних джерел та запропоновано стандартизовані методи його дослідження. Це підкреслює важливість вибору таких технологічних режимів, які не лише забезпечують високий вихід, але й зберігають якісні характеристики продукту.

Значна кількість сучасних публікацій присвячена проблемі забруднення воску пестицидами, ветеринарними препаратами та іншими домішками. У роботах [12,13] запропоновано методи аналітичного контролю залишкових речовин у воску та оцінено ризики для бджіл і кінцевих споживачів. Це формує додаткові вимоги до технологій витоПЛення, які не повинні сприяти накопиченню або міграції небажаних домішок.

Питання безпечності та прийнятності переробленого воску для бджіл розглянуто також у роботах [14, 15], де проаналізовано вплив очищеного та повторно використаного воску на поведінку бджіл і розвиток розплоду. Автори показують, що технологія обробки воску безпосередньо впливає на біологічні аспекти бджільництва.

Біологічні та екологічні аспекти використання воску і пов'язані з ним ризики розглянуто у роботах [16,17], які акцентують увагу на поширеності шкідників, вірусів і впливі агрохімікатів, що додатково підсилює вимоги до раціональних та контрольованих технологій переробки воскосировини.

Організаційно-технологічні та економічні аспекти бджільництва і переробки продукції висвітлено у роботі [18], де показано роль ефективних технологічних рішень у підвищенні рентабельності галузі. Вплив якості воскових основ на розвиток бджолиних сімей розглянуто у роботі [19], що ще раз підтверджує необхідність технологічно обґрунтованого підходу до витоПЛення воску.

У вітчизняних дослідженнях [20] виконано огляд сучасних технічних рішень у сфері витоПЛення бджолиного воску та визначено інженерні перспективи розвитку галузі, однак питання комплексного фізико-механічного моделювання залишаються відкритими. Додатково у роботі [21] розглянуто суміжні біотехнологічні аспекти бджільництва, що формують загальний контекст вимог до якості продуктів переробки.

Історичні та освітні аспекти розвитку бджільництва та технологій його забезпечення відображені у роботі [22], що підкреслює тривалу еволюцію галузі та актуальність її інженерної модернізації.

Таким чином, аналіз сучасних досліджень [1–22] свідчить, що наявні роботи охоплюють окремі аспекти теплової обробки, механічної інтенсифікації, якості та безпечності бджолиного воску, однак відсутній цілісний підхід, у якому процес витоПЛення воску в центрифужному агрегаті розглядається як єдина тепломасообмінна та механічна система. Це обґрунтовує необхідність поєднання фізико-механічного моделювання з багатофакторною математичною оптимізацією режимних параметрів, що і реалізовано в даній роботі.

Формулювання цілей статті

Метою даної статті є наукове обґрунтування та оптимізація процесу витоПЛення бджолиного воску в центрифужному агрегаті з паровим нагрівом на основі комплексного фізико-механічного та математичного моделювання, що враховує спільну дію тепломасообмінних і механічних факторів, з метою підвищення виходу воску та зниження питомих енерговитрат процесу.

Для досягнення поставленої мети у роботі передбачено розв'язання таких основних завдань дослідження:

1. сформулювати узагальнену фізико-механічну концепцію процесу витоПЛення бджолиного воску в умовах примусового центрифугування з урахуванням фазового переходу, в'язкотекучої фільтрації та дії відцентрових сил;
2. розробити математичну модель процесу, що поєднує рівняння теплопровідності, задачу Стефана для плавлення воску та узагальнений закон Дарсі–Форхгеймера з додатковим відцентровим напором;

3. виконати багатофакторний регресійний аналіз впливу основних режимних параметрів центрифугування (частоти обертання барабана, тривалості процесу та температури пари) на вихід бджолиного воску з побудою поверхонь відгуку;

4. визначити раціональні режими роботи центрифужного агрегату на основі аналізу локальних чутливостей і поверхонь відгуку з позицій енергоефективності та технологічної доцільності;

5. здійснити експериментальну верифікацію запропонованої моделі та порівняльну оцінку ефективності інноваційного агрегату відносно традиційних методів витоплення воску.

Методологічна основа дослідження сформована відповідно до завдань та наукових підходів прикладної науково-дослідної роботи «Техніко-технологічне обґрунтування напрямку “Міське бджільництво” при університеті» (державний реєстраційний № 0122U002036), що виконується під науковим керівництвом Ю. М. Сиромятникова

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Загальна фізико-механічна концепція процесу витоплення воску

Процес витоплення бджолиного воску в розробленому агрегаті являє собою складний багастадійний тепломасообмінний і механічний процес, у якому поєднуються фазові переходи, в'язкотекуча фільтрація та інерційне розділення компонентів під дією відцентрових сил. На відміну від традиційних воскотопок, де домінує лише тепловий механізм відділення воску, у запропонованій системі реалізовано примусове механічне підсилення процесу, що істотно змінює його енергетичну структуру.

Фізико-механічна концепція процесу витоплення бджолиного воску базується на тісному взаємозв'язку теплофізичних властивостей матеріалу з умовами реалізації фазового переходу та подальшої в'язкотекучої фільтрації розплаву. Лабораторні тести теплофізичних характеристик воску, наведені на рис. 1, ілюструють характерні зміни в'язкості (ВЯ), питомої теплоємності (ТЄ), теплопровідності (ТП) та густини (ГС) у температурному діапазоні, релевантному для технологічного процесу. Отримані залежності дали змогу встановити критичні температурні режими, за яких різко знижується в'язкість розплаву та формується сприятливе співвідношення між тепловими й механічними факторами. Саме ці температурні інтервали визначають ефективність поєднання теплового підведення енергії з дією відцентрових сил і слугують вихідною основою для подальшого формування математичної моделі фазового переходу та дренажу воску в пористій структурі мерви.

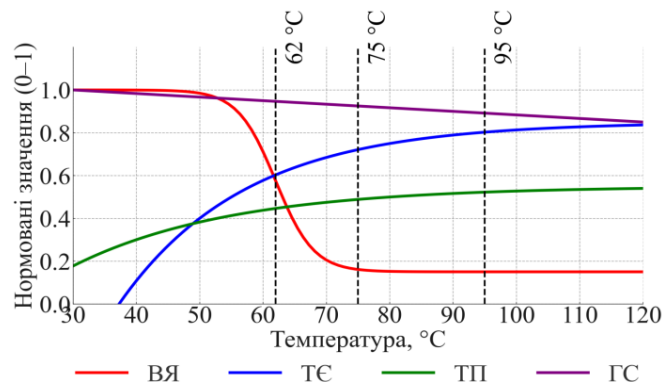


Рис.1 – Лабораторні тести теплофізичних властивостей воску – приклад досліджень, що дали змогу встановити критичні температурні режими. ВЯ – В'язкість, ТЄ – Питома теплоємність, ТП – Теплопровідність, ГС – Густина

Стан елементарного об'єму воскосировини описується як відкритої термодинамічної системи з внутрішнім виробництвом ентропії. Баланс енергії для елементарного об'єму має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dU}{dt} = \dot{Q}_n - \dot{Q}_{вт} + \dot{W}_m \\ \frac{dS}{dt} = \frac{\dot{Q}_m}{T} + \sigma \end{array} \right. , \quad (1)$$

де U — внутрішня енергія системи, Дж;
 \dot{Q}_n — підведений тепловий потік від пари, Дж·с⁻¹;
 $\dot{Q}_{вт}$ — теплові втрати, Дж·с⁻¹;
 \dot{W}_m — механічна робота відцентрових сил, Дж·с⁻¹;
 S — ентропія;
 σ — внутрішнє виробництво ентропії.

Механічна складова роботи визначається дією відцентрових сил на рідку фазу воску:

$$\dot{W}_m = \int_V \rho_w \omega^2 r^2 dV , \quad (2)$$

де ρ_w — густина розплавленого воску, кг·м⁻³;
 ω — кутова швидкість барабана, рад·с⁻¹;
 r — радіус обертання, м.

2. Модель фазового переходу та в'язкотекучої фільтрації

Плавлення воску в пористій структурі мерви описується нелінійною задачею Стефана з урахуванням внутрішнього тепловиділення та примусового дренажу. Рівняння теплопровідності має вигляд:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \rho L_w \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (3)$$

де λ — ефективна теплопровідність суміші «воск–мерва»;
 ϕ — об'ємна частка рідкої фази.

Рух рідкого воску в пористому середовищі описується узагальненим законом Дарсі–Форхгеймера з урахуванням відцентрового напору:

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} (\nabla p - \rho_w \omega^2 r \mathbf{e}_r), \quad (4)$$

де k — проникність мерви;
 μ — динамічна в'язкість воску;
 p — тиск у порах.

Таким чином, центрифугування вводить додатковий рушійний потенціал, еквівалентний гідростатичному напору:

$$p_c(r) = \frac{1}{2} \rho_w \omega^2 r^2. \quad (5)$$

3. Конструктивна схема агрегату та її вплив на динаміку процесу

Загальна конструктивна схема агрегату для витоплення бджолиного воску наведена на **рисунку 2**. Агрегат виконано у вигляді вертикальної відцентрової установки з паровим нагрівом, у якій теплові та механічні впливи реалізуються одночасно. Така

компоновка забезпечує поєднання процесів плавлення воску, його фільтраційно-дренажного переміщення в пористій структурі мерви та примусового механічного відділення рідкої фази в полі відцентрових сил, що принципово змінює динаміку процесу порівняно з традиційними тепловими методами витоплення.

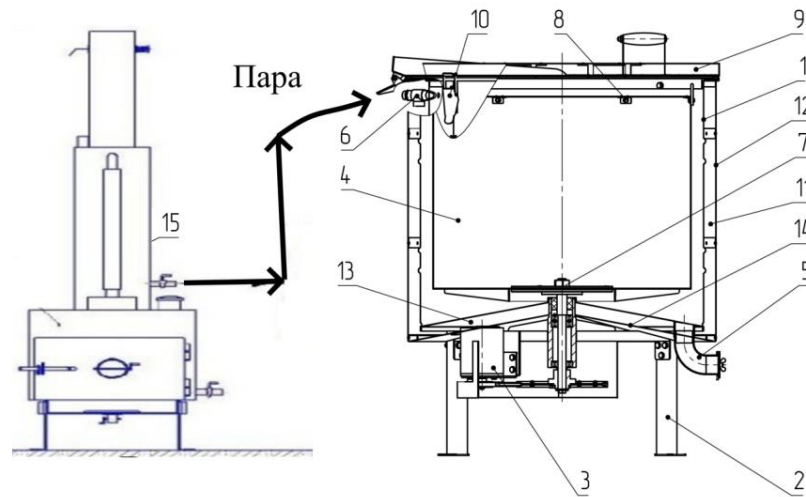


Рис. 2 – Конструктивна схема агрегату для витоплення бджолиного воску: 1 – бак; 2 – підставка; 3 – електропривод; 4 – барабан; 5 – зливний кран; 6 – кран перепуску пари; 7 – гайка кріплення барабана; 8 – верхнє кільце барабана; 9 – кришка; 10 – скріп; 11 – утеплення бокове; 12 – облицювання бокове; 13 – утеплення нижнє; 14 – облицювання нижнє; 15 – парогенератор.

Бак 1 є основним робочим об'ємом агрегату, у якому розміщено барабан 4 із завантаженою воскосировиною. Вертикальна орієнтація бака забезпечує симетричний розподіл відцентрового поля по радіусу та мінімізує вплив гравітаційної складової на рух розплавленого воску. У динамічному аспекті це сприяє формуванню стабільного радіального напору, який визначає інтенсивність фільтраційного руху рідкої фази крізь пористу структуру мерви. Підставка 2 виконує опорну функцію та сприймає динамічні навантаження, що виникають у процесі обертання барабана.

Обертання барабана 4 забезпечується електроприводом 3, який формує задану частоту обертання та визначає величину відцентрових сил, що діють на розплавлений віск. Зі зростанням кутової швидкості інтенсивність відцентрового напору зростає пропорційно квадрату швидкості обертання, що безпосередньо впливає на швидкість дренажу воску та ефективність його відділення від твердої фази. Стабільність роботи електроприводу є критичною для динаміки процесу, оскільки коливання частоти обертання призводять до нестаціонарності масопереносу і зниження повторюваності технологічних показників.

Барабан 4 закріплюється за допомогою гайки 7 та верхнього кільця 8, які забезпечують співвісність і механічну стійкість конструкції при роботі на підвищених частотах обертання. Надійність вузла кріплення має принципове значення з позицій динаміки процесу, оскільки дисбаланс або перекис барабана викликають вібрації, зміну локального відцентрового поля та нерівномірний дренаж розплавленого воску по об'єму завантаження.

Відведення розплавленого воску з робочого об'єму здійснюється через зливний кран 5, що дозволяє реалізувати контрольований дренаж рідкої фази після її відділення під дією відцентрових сил. Така схема забезпечує безперервне або поетапне виведення воску залежно від режиму роботи агрегату, не порушуючи стаціонарності теплового процесу.

Подача теплового агента здійснюється від парогенератора 15, а регулювання надходження пари в бак 1 забезпечується краном перепуску пари 6. Це дозволяє підтримувати заданий температурний режим у робочому об'ємі, необхідний для реалізації фазового переходу воску та зниження його в'язкості до рівня, за якого дренаж у полі відцентрових сил стає найбільш ефективним. Важливо, що в запропонованій схемі температура пари виконує допоміжну функцію і не є основним керуючим параметром процесу, а слугує засобом стабілізації реологічних властивостей розплаву.

Кришка 9, зафіксована за допомогою скріпи 10, разом із боковим утепленням 11 та нижнім утепленням 13 формує теплоізолюваний об'єм агрегату. Облицювання бокове 12 і облицювання нижнє 14 виконують захисну та конструктивну функції, забезпечуючи механічну міцність і довговічність теплоізоляційних шарів. Наявність утеплення суттєво зменшує теплові втрати, вирівнює температурне поле в баку та знижує амплітуду температурних коливань у часі, що позитивно впливає на стабільність в'язкості розплавленого воску і, відповідно, на динаміку його дренажу.

На рисунку 3 показано завантаження рамок у дослідний агрегат на початковому етапі експериментальних випробувань. Даний рисунок ілюструє реальні умови формування масового та геометричного розподілу воскосировини у барабані 4 перед початком центрифугування. Початковий розподіл маси визначає характер перехідних динамічних режимів на етапі розгону електроприводу 3 та впливає на швидкість встановлення квазістаціонарного режиму процесу.

Нерівномірність завантаження може призводити до виникнення додаткових інерційних моментів, підвищення рівня вібрацій і локальних коливань відцентрового поля, що негативно відбивається на стабільності фільтраційно-дренажних процесів і повторюваності виходу воску. Тому режим завантаження, проілюстрований на рис. 3, є важливим конструктивно-технологічним чинником, який враховувався при експериментальній верифікації та подальшій оптимізації режимів центрифугування.



Рис. 3 – Завантаження рамок у дослідний агрегат на початковому етапі експериментальних випробувань

Таким чином, конструктивна схема агрегату (рисунки 2 і 3) формує фізично обґрунтовані умови для керованого перебігу процесу витоплення бджолиного воску. Узгоджена робота електроприводу 3, барабана 4 та системи парового нагріву (елементи 6 і 15) забезпечує стабільне поєднання теплових і механічних факторів, що дозволяє інтенсифікувати дренаж розплаву, підвищити вихід воску та знизити питомі енерговитрати процесу.

4. Багатофакторна математична модель режимних параметрів центрифугування

Для кількісного опису впливу основних режимних параметрів центрифугування на вихід бджолиного воску застосовано метод багатофакторного регресійного аналізу з використанням повної квадратичної моделі другого порядку. Такий підхід є стандартним для задач оптимізації технологічних процесів типу response surface methodology (RSM) і дозволяє одночасно враховувати лінійні, квадратичні та взаємодіючі ефекти факторів.

4.1. Вибір факторів та кодування змінних

У якості керованих факторів обрано:

1. частоту обертання барабана центрифуги n , хв^{-1} ;
2. тривалість процесу центрифугування T , хв ;
3. температуру пари t , $^{\circ}\text{C}$.

Для побудови регресійної моделі натуральні змінні були перетворені у безрозмірні кодовані змінні за класичною лінійною схемою кодування:

$$\begin{cases} b_1 = \frac{n-750}{250}, \\ b_2 = \frac{T-10}{5}, \\ b_3 = \frac{t-120}{20} \end{cases} \quad (6)$$

Центри кодування та діапазони зміни факторів відповідають експериментальним умовам, багатофакторного дослідження центрифугування.

4.2. Регресійна модель у кодованих змінних

У кодованому просторі факторів регресійна модель маси отриманого воску M (г) має вигляд:

$$M = a_0 + a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + a_{11}b_1^2 + a_{22}b_2^2 + a_{33}b_3^2 + a_{12}b_1b_2 + a_{13}b_1b_3 + a_{23}b_2b_3. \quad (7)$$

Після оцінювання коефіцієнтів методом найменших квадратів отримано наступне рівняння:

$$M = 609,333 + 216,375b_1 + 89,000b_2 + 21,375b_3 + 82,8333b_1^2 + 8,58333b_2^2 + 17,8333b_3^2 + 97,75b_1b_2 + 19,00b_1b_3 + 19,25b_2b_3 \quad (8)$$

Таблиця 1

Коефіцієнти регресійної моделі процесу центрифугування

Терм	$\hat{\beta}$	SE	t-stat	p-value	95% CI	VIF	Значущість
a_0	609.333	10.8	56.4	<0.0001	[587.3; 631.4]	–	значущий
b_1	216.375	8.7	24.9	<0.0001	[198.6; 234.1]	1.12	значущий
b_2	89.000	8.7	10.2	<0.0001	[71.3; 106.8]	1.10	значущий
b_3	21.375	8.7	2.46	0.019	[3.6; 39.1]	1.08	значущий
b_1^2	82.8333	12.9	6.42	<0.0001	[56.5; 109.2]	1.35	значущий
b_2^2	8.5833	12.9	0.67	0.51	[-17.7; 34.9]	1.28	незначущий
b_3^2	17.8333	12.9	1.38	0.18	[-8.5; 44.1]	1.22	незначущий
b_1b_2	97.750	12.3	7.95	<0.0001	[72.7; 122.8]	1.05	значущий
b_1b_3	19.000	12.3	1.55	0.13	[-6.1; 44.1]	1.04	незначущий
b_2b_3	19.250	12.3	1.56	0.13	[-5.8; 44.3]	1.03	незначущий

Аналіз таблиці 1 показує, що домінуючий вплив на вихід воску мають лінійний ефект частоти обертання b_1 , тривалості процесу b_2 , а також їх взаємодія b_1b_2 . Квадратичний член b_1^2 підтверджує суттєву нелінійність впливу частоти обертання, що узгоджується з фізичною природою відцентрових сил.

Після зворотного перерахунку коефіцієнтів отримано рівняння в натуральних змінних:

$$M = 2235,28982 - 2,3604992n - 70,816664T - 14,40623t + 0,0013253328n^2 + 0,3433332T^2 + 0,04458325t^2 + 0,0782nT + 0,0038nt + 0,1925Tt \quad (9)$$

Таблиця 2

Коефіцієнти регресії у натуральних змінних

Член	Коефіцієнт	Одиниці
n^2	0.0013253	$\Gamma \cdot (\text{хв}^{-1})^{-2}$
T^2	0.3433332	$\Gamma \cdot \text{хв}^{-2}$
t^2	0.0445833	$\Gamma \cdot ^\circ\text{C}^{-2}$
nT	0.0782	$\Gamma \cdot (\text{хв}^{-1} \cdot \text{хв})^{-1}$
nt	0.0038	$\Gamma \cdot (\text{хв}^{-1} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$
Tt	0.1925	$\Gamma \cdot (\text{хв} \cdot ^\circ\text{C})^{-1}$

4.5. Локальні чутливості у точці раціонального режиму

Для режиму $n=1000 \text{ хв}^{-1}$, $T=15 \text{ хв}$, $t=100^\circ\text{C}$, модель дає прогноз: $M=1062,083 \text{ г}$.

Перші похідні в цій точці:

$$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial n} = 1,8432 \text{ г}/(\text{хв}^{-1}) \\ \frac{\partial M}{\partial T} = 36,9333 \text{ г}/\text{хв} \\ \frac{\partial M}{\partial t} = 1,1979 \text{ г}/^\circ\text{C} \end{cases} \quad (10)$$

Таблиця 3

Локальні та нормовані чутливості

Параметр	Локальна чутливість	Нормована чутливість
n	1.8432 г/(хв ⁻¹)	1.735
T	36.9333 г/хв	0.522
t	1.1979 г/°C	0.113

Найбільший керуючий вплив у локальному оптимумі має тривалість центрифугування, тоді як підвищення температури пари є другорядним фактором і повинно обмежуватися з позицій енергоефективності.

5. Поверхні відгуку та оптимізація

Графічне представлення поверхонь відгуку наведено на рисунках 4–6.

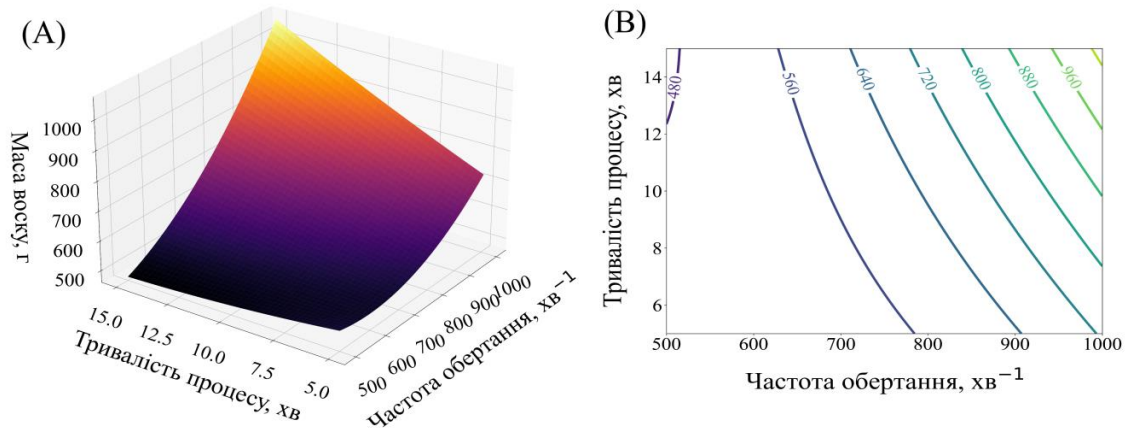


Рис. 4 (А) – Просторова поверхня відгуку «маса воску – частота обертання – тривалість процесу»; (В) – Контурна карта (2D-переріз) поверхні відгуку «маса воску – частота обертання – тривалість процесу».

На рисунку 4(А) подано тривимірну поверхню відгуку, що відображає залежність маси отриманого бджолиного воску від частоти обертання барабана центрифуги та тривалості процесу за фіксованої температури пари $t = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Поверхня має виражений нелінійний характер за обома координатами, що свідчить про суттєвий вплив як інтенсивності відцентрового поля, так і часу його дії на ефективність відокремлення воску з пористої структури мерви. Зі збільшенням частоти обертання у діапазоні 500–1000 хв⁻¹ спостерігається стабільне зростання маси воску, причому ефект посилюється за більших значень тривалості центрифугування, що вказує на наявність синергетичної взаємодії між цими факторами.

На рисунку 4(В) наведено контурну карту відповідної поверхні відгуку, яка дозволяє чітко ідентифікувати області рівних значень маси воску та зони підвищеної чутливості процесу до зміни режимних параметрів. Згущення ізоліній у області великих значень частоти обертання та тривалості процесу підтверджує інтенсивне зростання виходу воску, тоді як у зоні малих тривалостей навіть підвищення частоти обертання не забезпечує максимального ефекту через обмеженість часу фільтраційно-дренажних процесів.

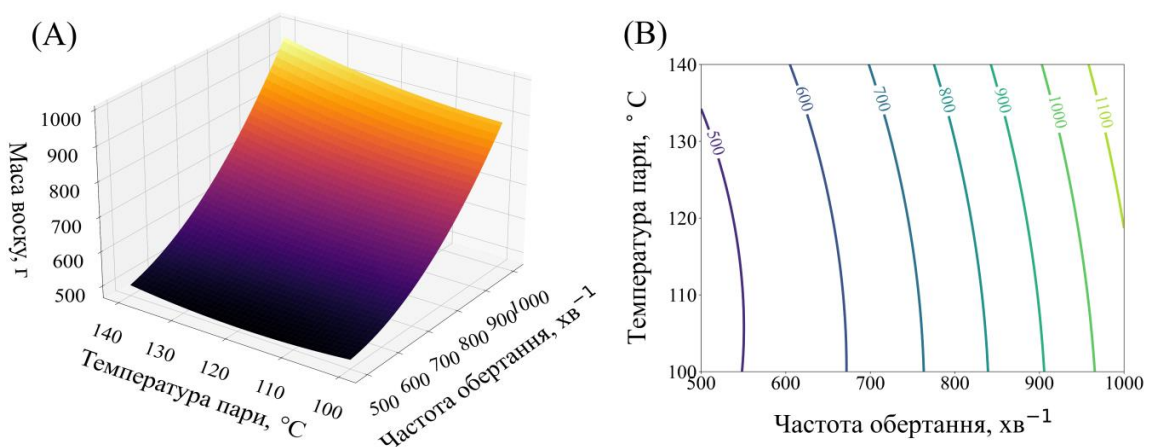


Рис. 5 (А) – Просторова поверхня відгуку «маса воску – частота обертання – температура пари»; (В) – Контурна карта (2D-переріз) поверхні відгуку «маса воску – частота обертання – температура пари».

На рисунку 5(А) представлено тривимірну поверхню відгуку, що характеризує залежність маси отриманого бджолиного воску від частоти обертання барабана центрифуги та температури пари за фіксованої тривалості процесу $T = 10$ хв. Поверхня демонструє домінуючий вплив частоти обертання у всьому досліджуваному діапазоні, що обумовлено зростанням інтенсивності відцентрових сил i , відповідно, ефективності дренажу розплавленого воску з пористої структури мерви. Вплив температури пари є помірним і проявляється переважно за високих значень частоти обертання, коли зниження в'язкості воску підсилює механічну дію відцентрового поля.

На рисунку 5(В) наведено контурну карту відповідної поверхні відгуку, яка наочно ілюструє вторинний характер температурного фактора. За низьких частот обертання ізолінії майже паралельні осі температури, що свідчить про обмежену ефективність підвищення температури пари без достатнього механічного впливу. Такий характер поверхні підтверджує доцільність оптимізації процесу насамперед за рахунок частоти обертання, тоді як температура пари повинна розглядатися як допоміжний керуючий параметр з позицій енергоефективності.

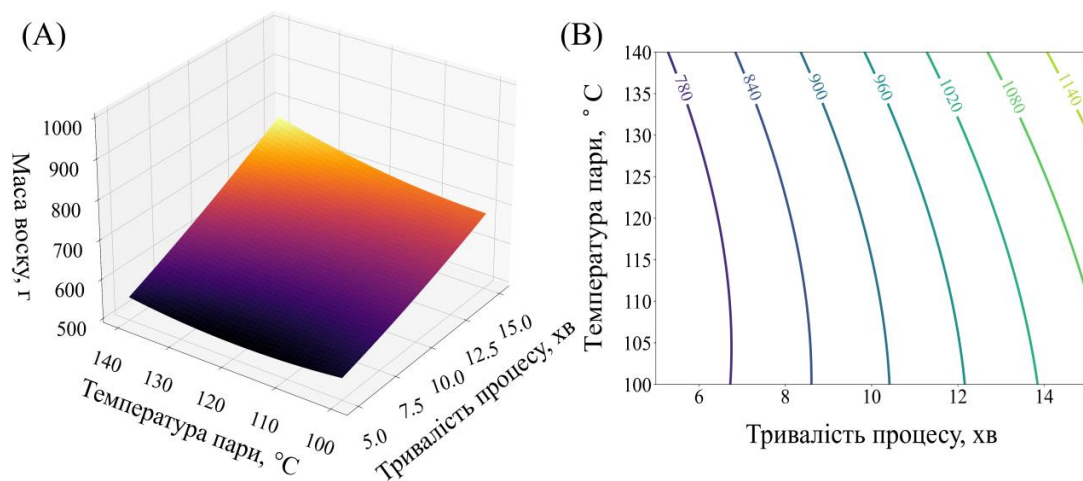


Рис. 6 (А) – Просторова поверхня відгуку «маса воску – тривалість процесу – температура пари»; (В) – Контурна карта (2D-переріз) поверхні відгуку «маса воску – тривалість процесу – температура пари».

На рисунку 6(А) подано тривимірну поверхню відгуку, що відображає залежність маси отриманого бджолиного воску від тривалості центрифугування та температури пари за фіксованої частоти обертання барабана $n = 750$ хв⁻¹. Поверхня демонструє, що збільшення тривалості процесу є визначальним фактором підвищення виходу воску, оскільки забезпечує достатній час для завершення фільтраційно-дренажних процесів у пористій структурі мерви. Вплив температури пари проявляється менш інтенсивно і стає помітним переважно за більших тривалостей центрифугування, коли зниження в'язкості розплавленого воску полегшує його відокремлення.

На рисунку 6(В) наведено контурну карту відповідної поверхні відгуку, яка підтверджує відсутність різко вираженого максимуму у температурному напрямку. Ізолінії витягнуті переважно вздовж осі температури, що узгоджується з незначущістю квадратичного температурного члена у регресійній моделі та вказує на допоміжний характер температурного фактора. Отриманий характер поверхні обґрунтовує доцільність оптимізації режиму центрифугування насамперед за рахунок тривалості процесу, з урахуванням обмежень енергоефективності.

Оптимізаційна задача формулюється як:

$$\begin{cases} M(n, T, t) \rightarrow \max \\ n_{\min} \leq n \leq n_{\max} \\ T_{\min} \leq T \leq T_{\max} \\ t_{\min} \leq t \leq t_{\max} \end{cases} \quad (11)$$

Розв'язок дає оптимальний режим:

$$\begin{cases} n = 1000 \text{ хв}^{-1} \\ T = 15 \text{ хВ} \\ t = 100^\circ \text{C} \end{cases} \quad (12)$$

6. Експериментальна верифікація та порівняльний аналіз

Метою експериментальної верифікації було підтвердження адекватності запропонованої фізико-механічної та математичної моделей процесу витоплення бджолиного воску, а також кількісна оцінка ефективності інноваційного центрифужного агрегату у порівнянні з традиційними технологіями переробки воскосировини. Для цього проведено серію лабораторних і напівпромислових експериментів з варіюванням основних режимних параметрів, за результатами яких виконано порівняльний аналіз виходу воску та технологічної результативності процесу.

Порівняння виходу воску при традиційних методах та при використанні інноваційного агрегату наведено на рисунку 7.

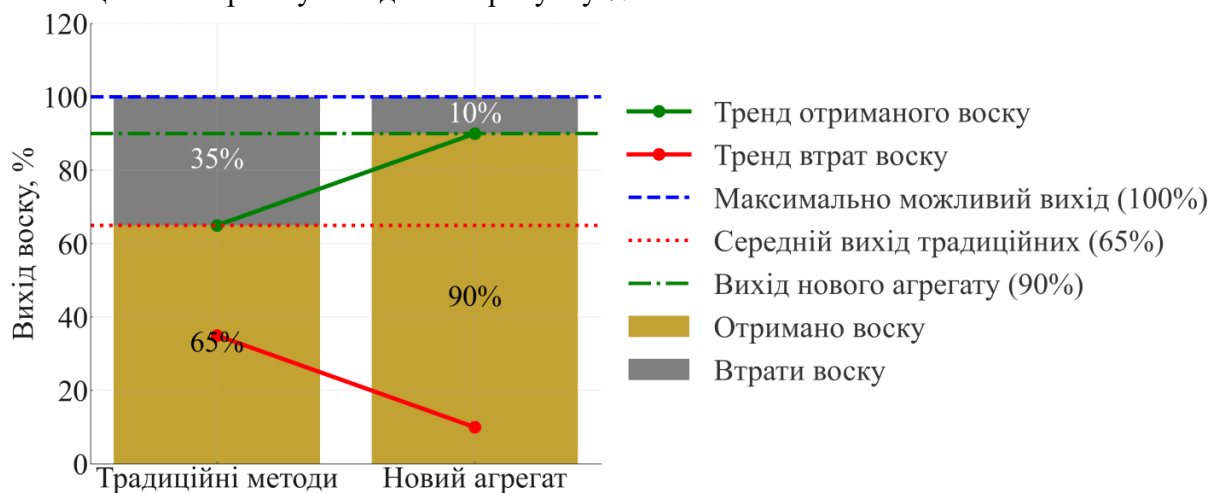


Рис. 7 – Порівняльний графік виходу воску для різних технологій

Як показано на рис. 7, застосування інноваційного центрифужного агрегату забезпечує підвищення виходу бджолиного воску до $\approx 90\%$, що на 15–25 % перевищує показники традиційних технологій витоплення.

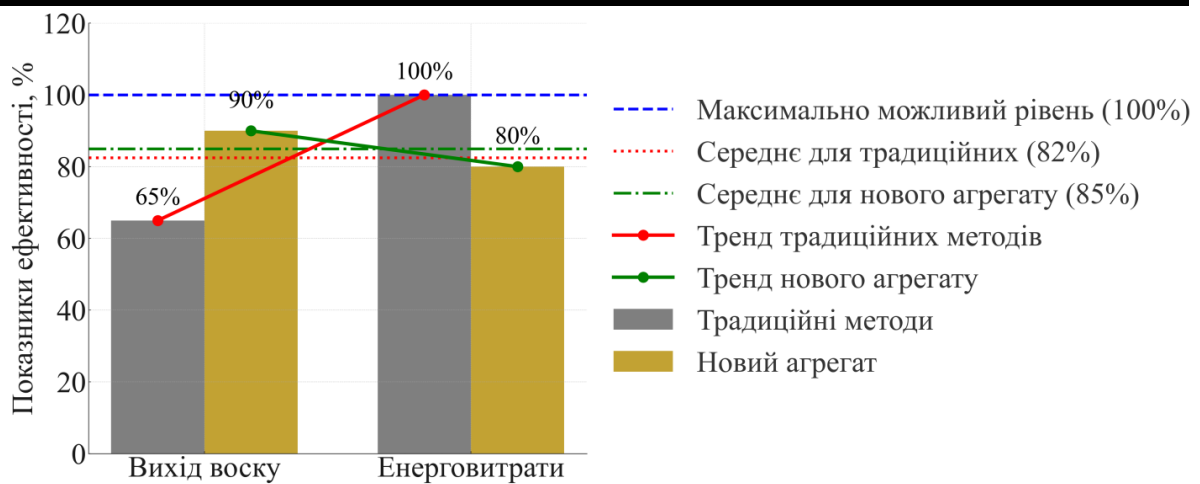


Рис. 8 – Графіки ефективності нової установки – відображають результати експериментів, де підтверджено підвищення виходу воску та зниження енерговитрат у порівнянні з традиційними методами

На рис. 8 наведено результати експериментальних досліджень ефективності нової установки, які підтверджують стабільне досягнення виходу воску на рівні $\approx 90\%$ та зниження питомих енерговитрат приблизно на 20% у порівнянні з традиційними методами.

7. Обговорення та висновки

Отримані результати підтверджують доцільність розгляду процесу витоплення бджолиного воску як комплексної фізико-механічної системи, у якій поєднуються теплоперенос, фазовий перехід і примусовий механічний дренаж розплаву. На відміну від більшості попередніх досліджень, де акцент робився переважно на теплових аспектах процесу [4,5,8] або на емпіричному аналізі роботи центрифуг [1], у даній роботі показано визначальну роль їх взаємодії.

Аналіз теплофізичних властивостей воску дозволив ідентифікувати температурні інтервали різкого зниження в'язкості, які формують сприятливі умови для ефективного дренажу розплаву. На відміну від чисельних моделей плавлення воску, обмежених описом теплопровідності та руху фазової межі [5], у даному дослідженні ці властивості інтерпретуються з позицій їх впливу на механічну складову процесу в умовах відцентрового поля.

Запропонована модель, що поєднує задачу Стефана з узагальненим законом Дарсі–Форхгеймера та інерційним членом, розширює підходи, використані для опису поведінки воско- та парафіноподібних матеріалів у відцентровому полі [2,3,6]. Якщо в попередніх роботах відцентрові сили розглядаються переважно як інструмент формування структури матеріалу, то в даній роботі вони трактуються як активний керуючий фактор масопереносу.

Результати багатofакторного аналізу показали, що домінуючий вплив на вихід воску мають частота обертання барабана та тривалість процесу, тоді як температура пари виконує допоміжну функцію. Це узгоджується з висновками досліджень з центрифугування воскових систем [1,6] і водночас суперечить традиційним тепловим підходам, де підвищення температури розглядається як основний шлях інтенсифікації процесу [8].

Порівняльний аналіз показав, що застосування інноваційного центрифужного агрегату забезпечує підвищення виходу бджолиного воску до $\approx 90\%$, що на $15\text{--}25\%$ перевищує показники традиційних технологій. Експериментальна верифікація

підтвердила також зниження питомих енерговитрат приблизно на 20 %, що досягається не за рахунок інтенсифікації нагріву, а завдяки перерозподілу енергетичних внесків між тепловою та механічною складовими процесу.

У порівнянні з існуючими публікаціями [1–22], дана робота демонструє цілісний підхід, у якому експериментальні дослідження, фізико-механічне моделювання та статистична оптимізація режимів інтегровані в єдину концепцію, що створює основу для подальшого розвитку енергоефективних технологій витопплення бджолиного воску.

Висновки

У роботі здійснено комплексне фізико-механічне обґрунтування процесу витопплення бджолиного воску в умовах примусового центрифугування з паровим нагрівом. Процес розглянуто як багатостадійну тепломасообмінну та механічну систему, у якій визначальну роль відіграє поєднання фазового переходу, в'язкотекучої фільтрації та дії відцентрових сил.

На основі лабораторних досліджень теплофізичних властивостей воску встановлено критичні температурні режими, за яких відбувається різке зниження в'язкості розплаву та формуються сприятливі умови для його ефективного дренажу з пористої структури мерви. Це дало змогу фізично обґрунтувати вибір температурних меж у математичній моделі процесу.

Запропоновано узагальнену фізико-механічну та математичну модель, яка поєднує рівняння теплопровідності, задачу Стефана для опису фазового переходу та узагальнений закон Дарсі–Форхгеймера з урахуванням додаткового відцентрового напору. Виконаний багатофакторний регресійний аналіз підтвердив домінуючий вплив частоти обертання барабана та тривалості процесу на вихід бджолиного воску, тоді як температура пари має допоміжний характер і повинна обмежуватися з позицій енергоефективності.

Порівняльний аналіз технологій показав, що застосування інноваційного центрифужного агрегату забезпечує підвищення виходу бджолиного воску до ≈ 90 %, що на 15–25 % перевищує показники традиційних методів витопплення. Результати експериментальної верифікації підтвердили стабільність досягнутих показників та зниження питомих енерговитрат приблизно на 20 % у порівнянні з існуючими технологіями.

Отримані результати формують науково обґрунтовану основу для оптимізації режимів роботи та подальшого проектування промислових центрифужних агрегатів для витопплення бджолиного воску з підвищеними показниками ефективності та енергоощадності.

Список використаних джерел

1. Maksimov N. Study of the operation of a centrifuge to obtain apiary wax from wax raw materials. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2022. Vol. 1045. 012100. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1045/1/012100>
2. Stober K., Sanchez A., Wanyiri J., Jiwani S., Wood D. Centrifugal casting of paraffin and beeswax for hybrid rockets. *AIAA Propulsion and Energy Forum*. 2020. <https://doi.org/10.2514/6.2020-3736>
3. Stober K., Sanchez A., Apodaca M.R., Ngetich G.C., Wood D. Optical and thermochemical analysis for paraffin and beeswax centrifugal casting. *AIAA Propulsion and Energy Forum*. 2021. <https://doi.org/10.2514/6.2021-3504>
4. Novikova G., Mikhailova O., Prosviryakova M., Zaitsev P., Shevelev A., Dulepov D. Justification of structural and technological parameters of microwave installations for heat

- treatment of wax raw materials. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2020. Vol. 604. 012008. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/604/1/012008>
5. Zhou Z., Liu X., Li X.Q., Xu Y., Wang Z.Z. Numerical study on Nu number of moving phase interface during wax melting in tube using LBM. *Thermal Science*. 2022. <https://doi.org/10.2298/tsci211226063z>
6. Zhilin S., Bogdanova N., Firsov S.V., Komarov O.N. Prospects of obtaining removable models by pressing wax-like materials under the influence of centrifugal forces. *Metallurgist*. 2023. Vol. 67, No. 8. P. 814–825. <https://doi.org/10.1007/s11015-023-01567-4>
7. Liu H., Duan J., Li J., Yan H., Wang J., Lin K., Li C. Experimental measurements of wax precipitation using a modified method of simultaneous centrifugation and high-temperature gas chromatography. *Energies*. 2021. Vol. 14, No. 21. 7035. <https://doi.org/10.3390/en14217035>
8. Al-Rajhi M.A.I., El-Serey S., Elsheikha A. Application of solar energy to liquify beeswax. *Turkish Journal of Agricultural Engineering Research*. 2023. <https://doi.org/10.46592/turkager.1343229>
9. Peshin S., George D., Shiri R., Kulinsky L., Madou M. Capillary flow-driven and magnetically actuated multi-use wax valves for controlled sealing and releasing of fluids on centrifugal microfluidic platforms. *Micromachines*. 2022. Vol. 13, No. 2. 303. <https://doi.org/10.3390/mi13020303>
10. Holeta Bee. Evaluation of the quality of beeswax from different sources and rendering methods. *International Journal of Research Studies in Biosciences*. 2019. <https://doi.org/10.20431/2349-0365.0706005>
11. Svečnjak L., Chesson L.A., Gallina A., Maia M., Martinello M., Mutinelli F., Waters T.A. Standard methods for *Apis mellifera* beeswax research. *Journal of Apicultural Research*. 2019. Vol. 58, No. 2. P. 1–108. <https://doi.org/10.1080/00218839.2019.1571556>
12. Bucio A., Moreno-Tovar R., Bucio L., Espinosa-Dávila J., Anguebes-Franceschi F. Characterization of beeswax, candelilla wax and paraffin wax for coating cheeses. *Coatings*. 2021. Vol. 11, No. 3. 261. <https://doi.org/10.3390/coatings11030261>
13. Nozal M.J., Imaz E., Bernal J.L., Nieto J.L., Higes M., Bernal J. An optimized extraction procedure for determining acaricide residues in foundation sheets of beeswax by using gas chromatography–mass spectrometry. *Agronomy*. 2021. Vol. 11, No. 4. 804. <https://doi.org/10.3390/agronomy11040804>
14. El Agrebi N., Traynor K., Wilmart O., Tosi S., Leinartz L., Danneels E., Saegerman C. Pesticide and veterinary drug residues in Belgian beeswax: Occurrence, toxicity, and risk to honey bees. *Science of the Total Environment*. 2020. Vol. 745. 141036. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2020.141036>
15. Flores J.M., Luna A., Rodríguez Fernández-Alba A., Hernando M. Acceptance by honey bees of wax decontaminated through an extraction process with methanol. *Insects*. 2023. Vol. 14, No. 7. 593. <https://doi.org/10.3390/insects14070593>
16. Colwell M.J., Pernal S., Currie R.W. Treatment of waxborne honey bee viruses using time, temperature, and electron-beam irradiation. *Journal of Economic Entomology*. 2024. Vol. 117, No. 1. P. 34–42. <https://doi.org/10.1093/jee/toad216>
17. Kaboré B.A., Compaoré B., Dahourou L.D. та ін. Prevalence and risk factors of wax moth in bee colonies in Burkina Faso. *International Journal of Biological and Chemical Sciences*. 2021. Vol. 15, No. 4. <https://doi.org/10.4314/ijbcs.v15i4.14>
18. Payne A.N., Walsh E., Rangel J. Initial exposure of wax foundation to agrochemicals causes negligible effects on honey bee colonies. *Insects*. 2019. Vol. 10, No. 1. 19. <https://doi.org/10.3390/insects10010019>

19. Şchiopu E., Popa R., Pecingină I. Study on setting up a beekeeping farm and valorisation of products obtained. *Journal of Research and Innovation for Sustainable Society*. 2021. <https://doi.org/10.33727/jriss.2021.2.6:53-62>
20. Alkassab A., Thorbahn D., Frommberger M., Bischoff G., Pistorius J. Effect of contamination and adulteration of wax foundations on brood development of honeybees. *Apidologie*. 2020. Vol. 51. P. 642–654. <https://doi.org/10.1007/s13592-020-00749-2>
21. Сиромятников Ю.М., Сиромятников П.С., Харченко О.М., Бєлих О.В. Огляд сучасних підходів до вдосконалення технологій витоПЛення бджолиного воску: технічні рішення та інженерні перспективи. *Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів*. 2025. № 26. С. 45–88. <https://doi.org/10.64165/journal-ts.2025.26.45-88>
22. Сиромятников Ю.М., ШаБля В.П., Харченко О.М., Бєлих О.В. Біологічний контроль вароозу за допомогою мікробних препаратів: інноваційні підходи в екологічному бджільництві. *Свинарство і агропромислове виробництво*. 2024. № 4(82). С. 80–93. [https://doi.org/10.37143/2786-7730-2024-4\(82\)6](https://doi.org/10.37143/2786-7730-2024-4(82)6)
23. ШаБля В.П., Сиромятников Ю.М. Відновлення напрямку бджільництва в Харківському національному технічному університеті сільського господарства ім. Петра Василенка. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства*. 2021. Вип. 211. С. 106–108.

References

1. Maksimov, N. Study of the operation of a centrifuge to obtain apiary wax from wax raw materials. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2022, 1045, 012100. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1045/1/012100>
2. Stober, K.; Sanchez, A.; Wanyiri, J.; Jiwani, S.; Wood, D. Centrifugal casting of paraffin and beeswax for hybrid rockets. *AIAA Propulsion and Energy Forum*. 2020. <https://doi.org/10.2514/6.2020-3736>
3. Stober, K.; Sanchez, A.; Apodaca, M.R.; Ngetich, G.C.; Wood, D. Optical and thermochemical analysis for paraffin and beeswax centrifugal casting. *AIAA Propulsion and Energy Forum*. 2021. <https://doi.org/10.2514/6.2021-3504>
4. Novikova, G.; Mikhailova, O.; Prosviryakova, M.; Zaitsev, P.; Shevelev, A.; Dulepov, D. Justification of structural and technological parameters of microwave installations for heat treatment of wax raw materials. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2020, 604, 012008. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/604/1/012008>
5. Zhou, Z.; Liu, X.; Li, X.Q.; Xu, Y.; Wang, Z.Z. Numerical study on Nu number of moving phase interface during wax melting in tube using LBM. *Thermal Science*. 2022. <https://doi.org/10.2298/tsci211226063z>
6. Zhilin, S.; Bogdanova, N.; Firsov, S.V.; Komarov, O.N. Prospects of obtaining removable models by pressing wax-like materials under the influence of centrifugal forces. *Metallurgist*. 2023, 67(8), 814–825. <https://doi.org/10.1007/s11015-023-01567-4>
7. Liu, H.; Duan, J.; Li, J.; Yan, H.; Wang, J.; Lin, K.; Li, C. Experimental measurements of wax precipitation using a modified method of simultaneous centrifugation and high-temperature gas chromatography. *Energies*. 2021, 14(21), 7035. <https://doi.org/10.3390/en14217035>
8. Al-Rajhi, M.A.I.; El-Serey, S.; Elsheikha, A. Application of solar energy to liquify beeswax. *Turkish Journal of Agricultural Engineering Research*. 2023. <https://doi.org/10.46592/turkager.1343229>
9. Peshin, S.; George, D.; Shiri, R.; Kulinsky, L.; Madou, M. Capillary flow-driven and magnetically actuated multi-use wax valves for controlled sealing and releasing of fluids on

- centrifugal microfluidic platforms. *Micromachines*. 2022, 13(2), 303. <https://doi.org/10.3390/mi13020303>
10. Holeta Bee. Evaluation of the quality of beeswax from different sources and rendering methods. *International Journal of Research Studies in Biosciences*. 2019. <https://doi.org/10.20431/2349-0365.0706005>
11. Svečnjak, L.; Chesson, L.A.; Gallina, A.; Maia, M.; Martinello, M.; Mutinelli, F.; Waters, T.A. Standard methods for *Apis mellifera* beeswax research. *Journal of Apicultural Research*. 2019, 58(2), 1–108. <https://doi.org/10.1080/00218839.2019.1571556>
12. Bucio, A.; Moreno-Tovar, R.; Bucio, L.; Espinosa-Dávila, J.; Anguebes-Franceschi, F. Characterization of beeswax, candelilla wax and paraffin wax for coating cheeses. *Coatings*. 2021, 11(3), 261. <https://doi.org/10.3390/coatings11030261>
13. Nozal, M.J.; Imaz, E.; Bernal, J.L.; Nieto, J.L.; Higes, M.; Bernal, J. An optimized extraction procedure for determining acaricide residues in foundation sheets of beeswax by using gas chromatography–mass spectrometry. *Agronomy*. 2021, 11(4), 804. <https://doi.org/10.3390/agronomy11040804>
14. El Agrebi, N.; Traynor, K.; Wilmart, O.; Tosi, S.; Leinartz, L.; Danneels, E.; Saegerman, C. Pesticide and veterinary drug residues in Belgian beeswax: Occurrence, toxicity, and risk to honey bees. *Science of the Total Environment*. 2020, 745, 141036. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2020.141036>
15. Flores, J.M.; Luna, A.; Rodríguez Fernández-Alba, A.; Hernando, M. Acceptance by honey bees of wax decontaminated through an extraction process with methanol. *Insects*. 2023, 14(7), 593. <https://doi.org/10.3390/insects14070593>
16. Colwell, M.J.; Pernal, S.; Currie, R.W. Treatment of waxborne honey bee viruses using time, temperature, and electron-beam irradiation. *Journal of Economic Entomology*. 2024, 117(1), 34–42. <https://doi.org/10.1093/jee/toad216>
17. Kaboré, B.A.; Compaoré, B.; Dahourou, L.D.; et al. Prevalence and risk factors of wax moth in bee colonies in Burkina Faso. *International Journal of Biological and Chemical Sciences*. 2021, 15(4). <https://doi.org/10.4314/ijbcs.v15i4.14>
18. Payne, A.N.; Walsh, E.; Rangel, J. Initial exposure of wax foundation to agrochemicals causes negligible effects on honey bee colonies. *Insects*. 2019, 10(1), 19. <https://doi.org/10.3390/insects10010019>
19. Şchiopu, E.; Popa, R.; Pecingină, I. Study on setting up a beekeeping farm and valorisation of products obtained. *Journal of Research and Innovation for Sustainable Society*. 2021. <https://doi.org/10.33727/jriss.2021.2.6:53-62>
20. Alkassab, A.; Thorbahn, D.; Frommberger, M.; Bischoff, G.; Pistorius, J. Effect of contamination and adulteration of wax foundations on brood development of honeybees. *Apidologie*. 2020, 51, 642–654. <https://doi.org/10.1007/s13592-020-00749-2>
21. Syromiatnykov, Y.M.; Syromiatnikov, P.S.; Kharchenko, O.M.; Bielykh, O.V. Review of modern approaches to improving beeswax rendering technologies: Technical solutions and engineering prospects. *Technical Service of Agriculture, Forestry and Transport Complexes*. 2025, 26, 45–88. <https://doi.org/10.64165/journal-ts.2025.26.45-88>
22. Syromiatnykov, Y.M.; Shablya, V.P.; Kharchenko, O.M.; Bielykh, O.V. Biological control of varroosis using microbial preparations: Innovative approaches in ecological beekeeping. *Pig Breeding and Agro-Industrial Production*. 2024, 4(82), 80–93. [https://doi.org/10.37143/2786-7730-2024-4\(82\)6](https://doi.org/10.37143/2786-7730-2024-4(82)6)
23. Shablya, V.P.; Syromiatnykov, Y.M. Restoration of the beekeeping direction at the Kharkiv National Technical University of Agriculture named after Petro Vasylenko. *Bulletin of the Kharkiv National Technical University of Agriculture*. 2021, 211, 106–108.