

**Саган О. Я.**

Національний університет  
«Львівська політехніка»,  
м. Львів, Україна

**E-mail:**

oleh.y.sahan@lpnu.ua

**МОДЕЛЮВАННЯ ШВИДКОСТІ  
СХОДЖЕННЯ СИПКОГО МАТЕРІАЛУ  
З ОБЕРТОВОГО КОНУСНОГО ДИСКУ  
В УМОВАХ НАДЛИШКОВОГО ТИСКУ**

DOI: <https://doi.org/10.31359/2311-441X-2025-26-213-221>

УДК 631.31

*Саган О.Я. Моделювання швидкості сходження сипкого матеріалу з обертового конусного диску в умовах надлишкового тиску.*

**Анотація.** У статті представлено математичну модель переміщення елементарної частинки сипкого матеріалу на конусному диску, що обертається зі сталою кутовою швидкістю. Досліджено вплив надлишкового тиску в зоні дозування на траєкторію та динаміку руху частинок. У моделюванні враховано сили тяжіння, тертя, відцентрову та Коріолісову силу, а також вертикальну складову сили тиску. Проведено числове моделювання, результати якого дозволяють обґрунтувати конструкційні та режимні параметри багатоконпонентного дозатора-змішувача для забезпечення рівномірної подачі компонентів. Результати можуть бути використані при проектуванні ефективних систем змішування сипких матеріалів у хімічній, харчовій та будівельній промисловості.

**Ключові слова:** моделювання, дозатор-змішувач, конусний диск, надлишковий тиск, дослідження, дозування, метод Рунге-Кутта, швидкість.

*Sagan O.Ya. Modeling the rate of descent of bulk material from rotating conical disk under conditions of excess pressure.*

**Abstract.** The paper presents a mathematical model of the movement of an elementary particle of bulk material on a conical disk rotating at a constant angular velocity. The effect of overpressure in the dosing zone on the trajectory and dynamics of particle motion is investigated. The modeling takes into account gravity, friction, centrifugal and Coriolis forces, as well as the vertical component of the pressure force. Numerical modeling was carried out, the results of which allow us to substantiate the design and operating parameters of a multicomponent dosing and mixing device to ensure uniform supply of components. The results can be used to design efficient systems for mixing bulk materials in the chemical, food, and construction industries.

**Key words:** modeling, batcher-mixer, conical disk, excess pressure, research, dosing, Runge-Kutta method, speed.

### **Постановка проблеми**

Процеси транспортування та змішування сипких матеріалів відіграють ключову роль у багатьох галузях промисловості, зокрема в агропромисловому комплексі, хімічному та харчовому виробництві. З метою підвищення ефективності таких процесів активно розробляються нові конструкції дозаторів-змішувачів, які забезпечують рівномірне перемішування компонентів та стабільну продуктивність. Особливе місце посідають системи з обертовими елементами, зокрема з конусними дозуючими

дисками, які створюють умови для багатofакторного впливу на частинки – як з боку гравітаційних і відцентрових сил, так і з боку зовнішнього тиску.

При цьому необхідне розв'язання наукової проблеми підвищення ефективності дозування сипких матеріалів на основі дослідження динаміки частинок у полі комплексного силового впливу, особливо в умовах надлишкового тиску, який часто використовується для стабілізації потоку матеріалу та підвищення точності дозування.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

Проблема дослідження руху сипких матеріалів у різних умовах актуальна в багатьох галузях техніки, зокрема в аграрному, гірничому, хімічному та харчовому виробництві. Значну увагу науковців привертає задача числового моделювання руху частинок у складних геометріях - таких як бункери, силоси, змішувачі та дозатори.

Початкові дослідження динаміки сипких матеріалів ґрунтувалися на емпіричних підходах, зокрема вивченні навантаження на стінки бункерів та характеру утворення зводів [1, 2]. Згодом з'явилися чисельні методи, зокрема дискретне елементне моделювання (DEM), що дозволяють аналізувати як локальні, так і глобальні характеристики потоку [3, 4].

Встановлено, що геометрія пристрою (конічні, циліндричні, пірамідальні форми), а також спосіб завантаження і розвантаження істотно впливають на характер руху сипкого середовища [5, 6]. DEM дозволяє аналізувати навантаження, тиск, щільність та формування зон застою [7–9].

Із розвитком моделювання стали застосовувати мультифізичні підходи: моделювання теплопереносу [10], дослідження в умовах вакууму чи надлишкового тиску [11, 12]. В останніх публікаціях все більше уваги приділяється калібруванню параметрів DEM на основі експериментальних даних [13–16].

На окрему увагу заслуговують дослідження потоків у змішувачах з обертовими елементами. Зокрема, робота [17] присвячена числовому аналізу руху частинок у роторних системах із конічними дисками, які можуть імітувати роботу дозаторів-змішувачів. У статтях [18, 19] аналізується вплив частоти обертання, сили тиску та конструктивних параметрів диска на кінематику руху матеріалу. Пропонується оптимізація розташування елементів для запобігання застою.

Для систем, що працюють під надлишковим тиском, важливо враховувати зміну контактних сил між частинками, зменшення кутів внутрішнього тертя та зростання густини укладки [20–22]. Це відображається у відповідних DEM-моделях.

Загалом, наукові джерела підтверджують доцільність застосування чисельного моделювання для дослідження гранульованих систем. Проте на сьогоднішній день недостатньо уваги приділено моделюванню руху частинок саме на обертових конусних дисках, особливо в умовах надлишкового тиску, що зумовлює актуальність даного дослідження.

### **Формулювання мети досліджень**

Метою дослідження є розробка математичної моделі швидкості сходження сипкого матеріалу по конусному диску, що обертається, з урахуванням впливу надлишкового тиску в зоні дозування багатокомпонентного дозатора-змішувача.

Результати досліджень

Для визначення характеру руху потоку сипкого матеріалу по поверхні диску, твірної якого під кутом  $\alpha$  до горизонталі, і диск обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ , розглянемо модель у вигляді руху матеріальної точки.

Розглянемо сили, які діють на частинку сипкого компонента дисперсного матеріалу, який рухається по поверхні конусного диска (рис. 1). Вибираємо декартову систему координат  $XYZ$ . Початок відліку системи координат співпадає з вершиною конусного диска. Вісь  $X$  співпадає з твірною конуса диска, вісь  $Y$  направлена перпендикулярно твірній конуса і в сторону обертання, вісь  $Z$  направлена вертикально вгору і співпадає з віссю обертання конусного диска.

Розглянемо елементарну частинку, як матеріальну точку і складемо диференціальне рівняння руху в векторній формі. Застосовуємо закон Ньютона для отримання рівнянь руху частинки. Підсумовуємо всі сили:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_T + \vec{N} + \vec{F}_{\text{ТЕР}} + \vec{F}_{\text{КОР}} + \vec{F}_{\text{ВИДЦ}} + \vec{P} \quad (1)$$

На елементарну частинку, що рухається по поверхні конусного диска, діє низка сил: сила тяжіння  $F_T = m \cdot g$ , направлена вертикально вниз; сила тиску вертикальної складової сипкого компоненту  $P = \rho_{kl} \cdot g \cdot h \cdot \pi \cdot R^2$ ; відцентрова сила,  $F_{\text{ВИДЦ}} = m \cdot \omega^2 \cdot r$ ; сила нормальної реакції поверхні  $N$ , що діє перпендикулярно до твірної диска; сила тертя  $F_{\text{ТЕР}} = f_3 \cdot N$ , яка виникає внаслідок взаємодії частинки з поверхнею; а також сила Кориоліса  $F_{\text{КОР}} = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \dot{y}$ .

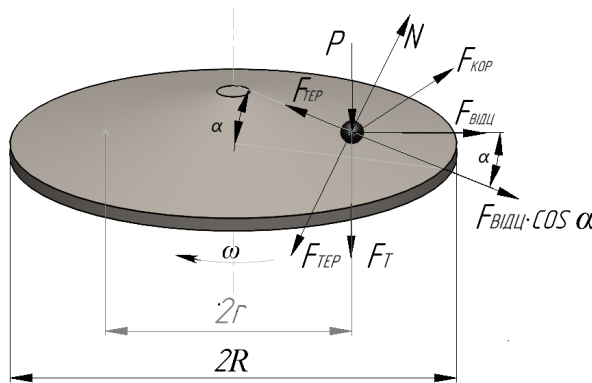


Рис. 1. Схема сил при руху частинки по поверхні конусного диска дозатора-змішувача

Враховуючи вираз для визначення абсолютної швидкості  $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ , товщину шару сипкого матеріалу визначимо як [23]:

$$h = \frac{R \cdot h_0}{x \cdot \cos \alpha} \cdot \frac{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{\dot{x}} \quad (2)$$

Формуємо систему диференціальних рівнянь руху частинки у вигляді:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = m\omega^2 x(\cos(\alpha))^2 + mg \sin(\alpha) + \rho_{kl}g \frac{Rh_0 \sin(\alpha) \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{x \cos(\alpha)} \frac{\dot{y}}{\dot{x}} \pi R^2 - \\ - f_3 mg \cos(\alpha) \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} - P \frac{Rh_0}{x \cos(\alpha)} \frac{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{\dot{x}} \frac{\dot{y}}{\omega} \sin(\alpha), \\ m\ddot{y} = -2m\omega\dot{y} + f_3 mg \cos(\alpha) \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + f_3 \rho_{kl}g \frac{\pi R^3 h_0 \cos(\alpha) \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{x \cos(\alpha)} \frac{\dot{y}}{\dot{x}} \end{cases} \quad (3)$$

У системі рівнянь (3) використовують такі параметри:  $\omega$  – кутова швидкість обертання диска, рад/с;  $x$  – радіус до частинки від осі обертання, м;  $\alpha$  – кут нахилу твірної конуса, град.;  $\rho_{kl}$  – густина сипкого матеріалу, кг/м<sup>3</sup>;  $h_0$  – зазор між торцем бункера і поверхнею конусного диска, м;  $g$  – пришвидшення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;  $f_3$  – коефіцієнт зовнішнього тертя;  $m$  – маса частинки, кг.

Система диференціальних рівнянь (3) описує рух частинки на конусному диску в двовимірному просторі з урахуванням сил що діють на частинку.

Розділимо всі складові системи рівнянь (3) на масу  $m$ , яку визначаємо як:

$$m = \rho_{kl} \pi x^2 \frac{R h_0}{x \cos(\alpha)} \frac{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}{\dot{x}}. \quad (4)$$

Відповідно система диференціальних рівнянь (3) буде:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \omega^2 x (\cos(\alpha))^2 + g \sin(\alpha) + g \frac{R^2 \sin(\alpha)}{x^2} - f_3 g \cos(\alpha) \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} - \\ - P \frac{\dot{y}}{\pi \omega \rho_{kl} x^2} \sin(\alpha), \\ \ddot{y} = -2\omega \dot{y} + f_3 g \cos(\alpha) \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + f_3 g \frac{R^2 \cos(\alpha)}{x^2}. \end{cases} \quad (5)$$

Дана система рівнянь (5) розв'язується числовим методом. Розв'язок даної системи приведено в середовищі математичного пакету MathCad методом Рунге-Кутта.

Вихідними параметрами моделювання є: діаметр диска 0,1 м; кут твірної конуса  $\alpha = 5, 10, 15$  в град.; пришвидшення вільного падіння  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>; кутова швидкість обертання конусного диска  $w = 400-1400$  об/хв, надлишковий тиск в зоні дозування  $P = 0, 50, 100$  КПа.

Варіант вихідних даних і початкових умов в математичному пакеті MathCad приведено на рис. 2.

Вихідні дані

$$\begin{aligned} g &:= 9.81 & n &:= 1000 & R_{\text{вн}} &:= 0.05 & \theta &:= 0 & f &:= 0.67 \\ \alpha &:= \pi \cdot \frac{\theta}{180} & r_0 &:= 0.005 \\ w &:= \frac{\pi \cdot n}{30} & \cos(\alpha) &= 1 & \rho &:= 6000 \\ \text{Постановка і розв'язок} & & p &:= 200000 \end{aligned}$$

$$X := \begin{pmatrix} r_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ початкові умови}$$

Рис. 2. Вихідні дані і початкові умови чисельного розв'язку системи рівнянь (5).

Для реалізації числового методу розв'язку системи диференціальних рівнянь (5), визначаємо вектор початкових умов (рис. 2) і оператор диференціювання  $D(t, X)$  (рис. 3), який характеризує праву частину системи (5). Розв'язуємо систему рівнянь з допомогою функції  $\text{rkfixed}(X, t_1, t_2, N_{\text{point}}, D)$ , аргументами якої є:  $X$  – вектор початкових умов;  $t_1$  і  $t_2$  – відповідно початкове і кінцеве значення змінної системи диференціальних рівнянь;  $N_{\text{point}}$  – число розбивок відрізка  $[t_1; t_2]$ ;  $D$  – оператор диференціювання.

Приклад реалізації наведено на рис. 3.

$$D(t, X) := \begin{bmatrix} X_2 \\ X_3 \\ w^2 \cdot \cos(\alpha)^2 \cdot X_0 + g \cdot \sin(\alpha) + g \cdot \frac{\sin(\alpha) \cdot R^2}{(X_0)^2} - f \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{X_2}{\sqrt{(X_2)^2 + (X_3)^2}} + \frac{p \cdot X_3 \cdot \sin(\alpha)}{w \cdot \rho \cdot 9.81 \cdot (X_0)^2} \\ -2 \cdot w \cdot X_3 + f \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{X_3}{\sqrt{(X_2)^2 + (X_3)^2}} + f \cdot g \cdot \frac{R^2 \cdot \cos(\alpha)}{(X_0)^2} \end{bmatrix}$$

Рис. 3. Приклад реалізації диференціювання системи рівнянь (5)

Алгоритм числового розв'язку диференціальних рівнянь функція `rkfixed` використовує метод Рунге-Кутта четвертого порядку точності, з вибором великої кількості точок розбиття відрізка змінного параметра забезпечується висока точність результатів розрахунку. Фрагмент результатів даних розв'язку системи рівнянь наведено на рис. 4.

`z := rkfixed(X, 0, 0.0290, 50, D)`

	0	1	2	3	4
35	0.02	0.021	0.027	2.081	0.58
36	0.021	0.022	0.027	2.214	0.534
37	0.021	0.023	0.028	2.354	0.491
38	0.022	0.025	0.028	2.504	0.451
39	0.023	0.026	0.028	2.662	0.414
40	0.023	0.028	0.028	2.831	0.379
41	0.024	0.03	0.029	3.009	0.347
42	0.024	0.031	0.029	3.199	0.318
43	0.025	0.033	0.029	3.401	0.29
44	0.026	0.035	0.029	3.615	0.265
45	0.026	0.037	0.029	3.843	0.242
46	0.027	0.04	0.029	4.084	0.22
47	0.027	0.042	0.03	4.341	0.201
48	0.028	0.045	0.03	4.614	0.183
49	0.028	0.048	0.03	4.904	0.166
50	0.029	0.05	0.03	5.212	...

Рис. 4. Результати розв'язку системи диференціальних рівнянь (5)

Результати розв'язку приведені у вигляді матриці, перший стовпчик характеризує зміну часу (с), другий – зміну координати X переміщення частинки (м), третій – зміну координати Y (м), четвертий – радіальна швидкість частинки (м/с), п'ятий – тангенціальна швидкість частинки (м/с). Моделювання швидкостей за різних значень кутової швидкості обертання і кута твірної диска-дозатора проводили за інтервали часу, що і при моделюванні траєкторії переміщення частинки по поверхні диска-дозатора. Результати моделювання наведено на рис. 5 і 6 для частоти обертання відповідно 400 об/хв і 1400 об/хв.

Аналіз результатів моделювання показав наступне. Характер результуючої швидкості є відмінним від швидкостей радіальної і тангенціальної. За частоти обертання кінцевого диска-дозатора 400 об/хв при надлишковому тиску в зоні сходження матеріалу 100 КПа результуюча швидкість  $v$  сходження матеріалу з диска

змінюється від 4,46 м/с до 6,14 м/с за зміни кута твірної конуса від  $5^{\circ}$  до  $15^{\circ}$ . Відповідно радіальна швидкість  $v_x$  змінюється від 4,39 м/с до 6,1 м/с.

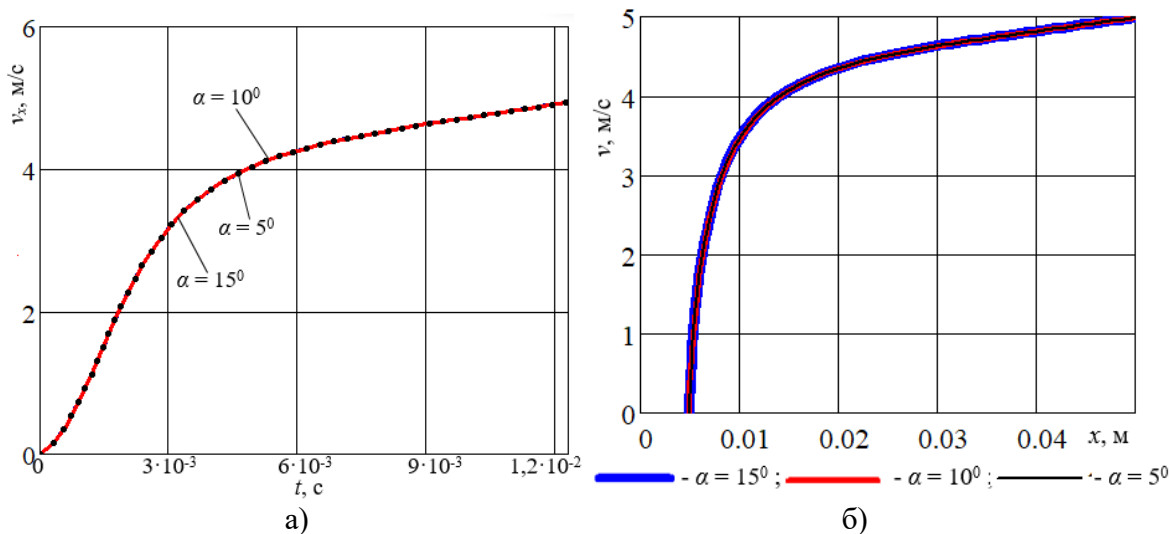


Рис. 5. Результати моделювання швидкості сходження сипкого матеріалу з диска за частоти обертання 400 об/хв і надлишкового тиску 50 КПа при куті твірної конуса відповідно  $5^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$ : а) – радіальна швидкість; б) – результуюча швидкість

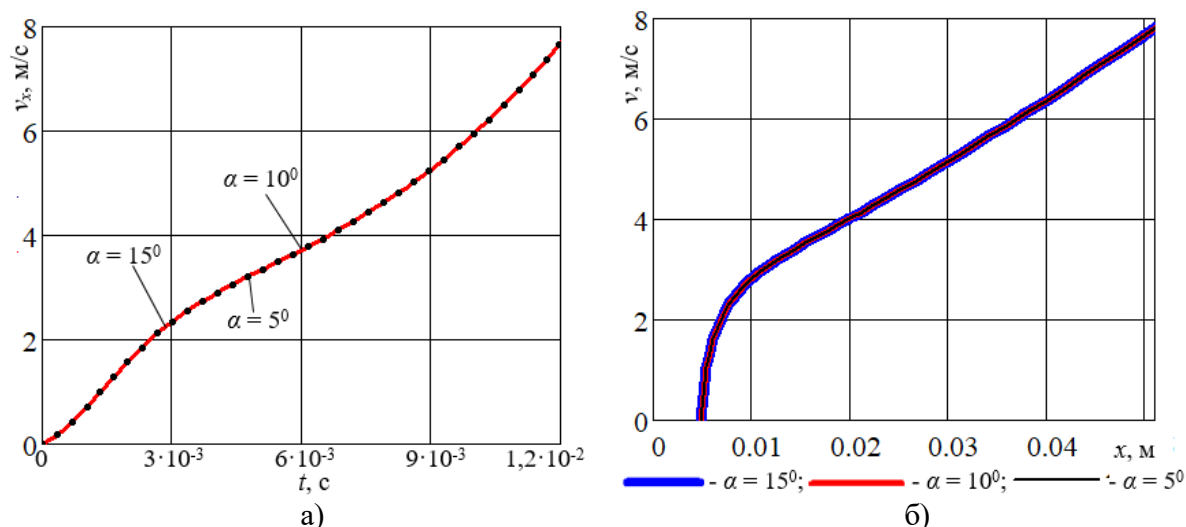


Рис. 6. Результати моделювання швидкості сходження сипкого матеріалу з диска за частоти обертання 1400 об/хв і надлишкового тиску 100 КПа при ку конуса відповідно  $5^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$ : а) – радіальна швидкість; б) – результуюча швидкість

За частоти обертання конічного диска-дозатора 400 об/хв при атмосферному тиску в зоні сходження матеріалу результуюча швидкість  $v$  сходження матеріалу з диска змінюється від 2,25 м/с до 2,54 м/с за зміни кута твірної конуса від  $5^{\circ}$  до  $15^{\circ}$ , а радіальна швидкість  $v_x$  змінюється відповідно від 2,2 м/с до 2,48 м/с. При надлишковому тиску в зоні сходження матеріалу 50 КПа, відповідно, результуюча швидкість становила від 3,73 м/с до 4,99 м/с, а радіальна швидкість – від 3,65 м/с до 4,94 м/с.

## Обговорення

Аналогічно, за частоти обертання конічного диска-дозатора 1400 об/хв при надлишковому тиску в зоні сходження матеріалу 100 КПа результуюча швидкість  $v$  сходження матеріалу з диска змінюється від 7,42 м/с до 7,68 м/с за зміни кута твірної конуса від  $5^{\circ}$  до  $15^{\circ}$ . Відповідно радіальна швидкість  $v_x$  змінюється від 7,42 м/с до 7,68 м/с. За тієї самої частоти обертання при атмосферному тиску в зоні сходження матеріалу результуюча швидкість  $v$  сходження матеріалу з диска змінюється від 7,24 м/с до 7,1 м/с при куті твірної конуса від  $5^{\circ}$  і  $15^{\circ}$  та 7,31 м/с при куті  $10^{\circ}$ , що показує перехід через максимальне значення. Аналогічно і радіальна швидкість  $v_x$  змінюється з переходом через максимальне значення при куті  $10^{\circ}$ . Для інших вхідних параметрів такого не спостерігається. При надлишковому тиску в зоні сходження матеріалу 50 КПа, відповідно, результуюча швидкість становила від 7,34 м/с до 7,56 м/с, а радіальна швидкість – від 7,34 м/с до 7,56 м/с.

## Висновки

1. Основним параметром впливу на швидкість сходження сипкого матеріалу з конусного диску є частота обертання. Спостерігається нелінійна залежність зміна швидкості сходження матеріалу в залежності від частоти обертання і кута твірної конуса. Тиск в зоні сходження сипкого матеріалу по поверхні диску впливає на радіальну швидкість, із збільшенням тиску радіальна швидкість зростає.

2. Частота обертання диску обмежується фізико-механічною характеристикою матеріалу, зокрема густиною, коефіцієнтом зовнішнього тертя і зернистістю.

3. У результаті проведеного дослідження сформовано цілісну модель динаміки переміщення сипкого матеріалу по обертовому конусному диску з урахуванням надлишкового тиску в зоні дозування. Врахування фізичних факторів, таких як відцентрова сила, сила тяжіння, сила тертя та тиск повітря, дозволило отримати більш достовірну картину поведінки елементарної частинки під час транспортування по робочій поверхні дозатора-змішувача. Отримані залежності будуть використані для раціонального вибору конструктивних та режимних параметрів багатокомпонентного дозатора-змішувача, що сприятиме підвищенню рівномірності змішування компонентів та продуктивності обладнання. Результати дослідження є теоретичною основою для подальших експериментальних перевірок і впровадження в практичні технології переробки сипких матеріалів.

## Список використаних джерел

1. Chou C. S., Lee J. H., Chang C. C. Studies on the Flow of Granular Materials in Bunkers and Silos. Powder Technology. 2000. Vol. 109(1). pp. 44-51.
2. Longhi E., Concejero A. C., Morales R. Numerical simulation of granular material flow in a silo. Journal of Fluids Engineering. 2002. Vol. 124(2). pp. 303-310.
3. Chen J. F., Zhang J. F., Liu F. D. Discrete Element Method for Granular Flow Simulation. Journal of Engineering Science and Technology. 2006. Vol. 32(4). pp. 233-245.
4. González-Montellano C., Pérez-Rocha J. F. The Effect of Insertions in the Flow of Granular Materials. Powder Handling and Processing. 2012. Vol. 24(2). pp. 102-108.
5. Magalhães F. G., Costa R. P., Tavares P. A. Influence of Hopper Geometry on Granular Flow. Powder Technology. 2016. Vol. 302. pp. 74-84.
6. Zuriguel I., García-Rojo J. P., Maza D. Experimental and Numerical Studies of Granular Flows in Silos. Physical Review E. 2014. Vol. 89(5). pp. 536-540.

7. Cleary P. W., Sawley, M. L. DEM Modeling of Industrial Granular Flows. Proceedings of the 10th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. 2002. pp. 823-834.
8. Zhu H., Yu A. Numerical Simulation of Granular Flow with the Discrete Element Method. Chemical Engineering Science. 2003. Vol. 58(6). pp. 1135-1145.
9. Landry J. W., Lee G. M., Gorman J. D. Stress and Flow of Granular Materials in Silos. Journal of Engineering Mechanics. 2004. Vol. 130(1). pp. 22-30.
10. Guo J., Zhao Y., Wu J. B. Simulation of Heat and Mass Transfer in Granular Materials. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2014. Vol. 68. pp. 248-257.
11. An H. Q., Yang X. W., Chen Z. P. Granular Flow Behavior under High-Pressure Conditions. Powder Technology. 2021. Vol. 378. pp. 567-578.
12. Wu Y. P., Sun J. Q., Gao H. T. Simulation of Granular Materials under Excessive Pressure. Journal of Engineering Materials and Technology. 2022. Vol. 144. pp. 101-110.
13. Kobylka R., Przymus S., Szwed T. Modeling of Granular Flow for Different Pressures. Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 37. pp. 89-97.
14. Bembenek M., Gromek J., Malinowski P. Numerical Investigation of Granular Flow with Varying Pressures. International Journal of Mechanical Sciences. 2020. Vol. 105. pp. 98-108.
15. Karwat B., Socha A. M., Żuraw D. Influence of Particle Size on Granular Flow Characteristics in Silos. Journal of Materials Processing Technology. 2019. Vol. 240. pp. 182-192.
16. Baiul K., Garkushin V. D., Kasyanov V. M. Numerical Simulation of Granular Flow in Bunkers under High Pressure. Powder Technology. 2023. Vol. 344. pp. 20-30.
17. Boikov A. V., Peshkov Y. I., Pukinel V. A. Numerical Simulation of Particle Motion in Rotating Conical Disks. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. 2018. Vol. 44(7). pp. 129-139.
18. Hlosta J., Goma P., Dziubinski M. Analysis of Granular Flow in Rotating Disk Systems. Advances in Powder Technology. 2020. Vol. 31(3). pp. 385-395.
19. Gella D., Górka B., Chmiel W. Kinematics of Granular Flow in Centrifugal Devices. Chemical Engineering Science. 2017. Vol. 154. pp. 347-356.
20. Wang X. W., Zhang Z. P., Zhao L. R. Granular Flow Modeling under Excessive Pressure in Conical Silos. Powder Handling and Processing. 2013. Vol. 26. pp. 200-212.
21. Sun W. W., Li J. X., Zhang C. F. Discrete Element Modeling of Granular Flow with High-Pressure Conditions. Powder Technology. 2020. Vol. 376. pp. 127-135.
22. Wang P. J., Song J. F., Liu Z. X. Modeling the Impact of Pressure on Granular Flow in Bunkers. Journal of Mechanical Science and Technology. 2016. Vol. 30(3). pp. 1234-1242.
23. Дмитрів В.Т., Дмитрів І.В., Городняк Р.В., Саган О.Я. Моделювання сходження сипкого матеріалу з відцентрового конусного дискового дозатора. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 2021. Вип. 55. С. 43-51. <https://doi.org/10.23939/istcipa2021.55.043>

## References

1. Chou C. S., Lee J. H., Chang C. C. Studies on the Flow of Granular Materials in Bunkers and Silos. Powder Technology. 2000. Vol. 109(1). pp. 44-51.
2. Longhi E., Concejero A. C., Morales R. Numerical simulation of granular material flow in a silo. Journal of Fluids Engineering. 2002. Vol. 124(2). pp. 303-310.
3. Chen J. F., Zhang J. F., Liu F. D. Discrete Element Method for Granular Flow Simulation. Journal of Engineering Science and Technology. 2006. Vol. 32(4). pp. 233-245.

4. González-Montellano C., Pérez-Rocha J. F. The Effect of Insertions in the Flow of Granular Materials. *Powder Handling and Processing*. 2012. Vol. 24(2). pp. 102-108.
5. Magalhães F. G., Costa R. P., Tavares P. A. Influence of Hopper Geometry on Granular Flow. *Powder Technology*. 2016. Vol. 302. pp. 74-84.
6. Zuriguel I., García-Rojo J. P., Maza D. Experimental and Numerical Studies of Granular Flows in Silos. *Physical Review E*. 2014. Vol. 89(5). pp. 536-540.
7. Cleary P. W., Sawley, M. L. DEM Modeling of Industrial Granular Flows. *Proceedings of the 10th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*. 2002. pp. 823-834.
8. Zhu H., Yu A. Numerical Simulation of Granular Flow with the Discrete Element Method. *Chemical Engineering Science*. 2003. Vol. 58(6). pp. 1135-1145.
9. Landry J. W., Lee G. M., Gorman J. D. Stress and Flow of Granular Materials in Silos. *Journal of Engineering Mechanics*. 2004. Vol. 130(1). pp. 22-30.
10. Guo J., Zhao Y., Wu J. B. Simulation of Heat and Mass Transfer in Granular Materials. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2014. Vol. 68. pp. 248-257.
11. An H. Q., Yang X. W., Chen Z. P. Granular Flow Behavior under High-Pressure Conditions. *Powder Technology*. 2021. Vol. 378. pp. 567-578.
12. Wu Y. P., Sun J. Q., Gao H. T. Simulation of Granular Materials under Excessive Pressure. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 2022. Vol. 144. pp. 101-110.
13. Kobyłka R., Przymus S., Szwed T. Modeling of Granular Flow for Different Pressures. *Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 37. pp. 89-97.
14. Bembenek M., Gromek J., Malinowski P. Numerical Investigation of Granular Flow with Varying Pressures. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020. Vol. 105. pp. 98-108.
15. Karwat B., Socha A. M., Żuraw D. Influence of Particle Size on Granular Flow Characteristics in Silos. *Journal of Materials Processing Technology*. 2019. Vol. 240. pp. 182-192.
16. Baiul K., Garkushin V. D., Kasyanov V. M. Numerical Simulation of Granular Flow in Bunkers under High Pressure. *Powder Technology*. 2023. Vol. 344. pp. 20-30.
17. Boikov A. V., Peshkov Y. I., Pukinel V. A. Numerical Simulation of Particle Motion in Rotating Conical Disks. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. 2018. Vol. 44(7). pp. 129-139.
18. Hlosta J., Goma P., Dziubinski M. Analysis of Granular Flow in Rotating Disk Systems. *Advances in Powder Technology*. 2020. Vol. 31(3). pp. 385-395.
19. Gella D., Górká B., Chmiel W. Kinematics of Granular Flow in Centrifugal Devices. *Chemical Engineering Science*. 2017. Vol. 154. pp. 347-356.
20. Wang X. W., Zhang Z. P., Zhao L. R. Granular Flow Modeling under Excessive Pressure in Conical Silos. *Powder Handling and Processing*. 2013. Vol. 26. pp. 200-212.
21. Sun W. W., Li J. X., Zhang C. F. Discrete Element Modeling of Granular Flow with High-Pressure Conditions. *Powder Technology*. 2020. Vol. 376. pp. 127-135.
22. Wang P. J., Song J. F., Liu Z. X. Modeling the Impact of Pressure on Granular Flow in Bunkers. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2016. Vol. 30(3). pp. 1234-1242.
23. Dmytriv V.T., Dmytriv I.V., Gorodnyak R.V., Sahan O.Ya. Simulation of Bulk Material Descent From Centrifugal Cone Disc Dispenser. *Industrial Process Automation in Engineering and Instrumentation*. 2021. Vol. 55. pp. 43-51. <https://doi.org/10.23939/istcipa2021.55.043>.