

**Антощенко Р.В.,  
Кусков М.А.**

Державний  
біотехнологічний  
університет,  
м. Харків, Україна,  
**E-mail:**  
0671210957@btu.kharkiv.ua

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛОСКО-  
ПАРАЛЕЛЬНОГО РУХУ ПОСІВНОГО  
МАШИННО-ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТУ**

[https://doi. 10.5281/zenodo.15428058](https://doi.org/10.5281/zenodo.15428058)

УДК 631.362

*Антощенко Р.В., Кусков М.А. Дослідження плоско-паралельного руху посівного машинно-тракторного агрегату.*

**Анотація.** Обґрунтовано метод дослідження плоско-паралельного руху посівного машинно-тракторного агрегату (МТА) через формування рівнянь динаміки використанням рівнянь Лагранжу II-го роду. Теоретичні дослідження проведено на прикладі посівного машинно-тракторного агрегату у складі повнопривідного трактора класичної компоновки Беларус-1025 виробництва МТЗ та сівалки Vega-8 W Profi виробництва ПАТ «Ельворті» (м. Кропивницький). Трактор класичної компоновки, повнопривідний, з передніми керованими колесами. Сівалка причіпна призначена для одночасної сівби двох культур. При формуванні рівнянь руху агрегату задавалися допущеннями, що дозволять спростити рішення поставленого завдання, а також відкинути фактори, які ускладнюють математичне моделювання та не впливають на розрахунок. Введено наступні припущення: розглядався плоско-паралельний рух агрегату; в процесі складання математичної моделі не враховувався деферент (плоско-паралельний рух агрегату в площині XOZ) і крен (плоско-паралельний рух агрегату в площині YOZ); не враховувалися процеси, які відбуваються в гідроприводі рульового керування; не враховуються процеси, які відбуваються в трансмісії; не враховувалися динамічні характеристики двигуна в процесі розгону та гальмування агрегату; остови секцій абсолютно тверді тіла, а весь агрегат симетричний щодо поздовжньої площини; сили опору перекочуванню вважаються постійними; бічні зусилля на шинах обмежені зчепленням коліс із дорогою. Опір перекочуванню коліс трактора та сівалки розраховується в залежності від вертикального навантаження на відповідне колесо. При складанні математичної моделі використовується випадок руху по криволінійній траєкторії, яка відповідає дійсній траєкторії руху посівних агрегатів по полю. В процесі руху ведучими є передні та задні колеса трактора. Положення системи «трактор-сівалка» буде визначатися чотирма узагальненими координатами: проекція швидкості центру мас трактора на ось  $x$ ; проекція швидкості центру мас трактора на ось  $y$ ; кут повороту рами трактора навколо вертикальної осі; кут повороту рами сівалки навколо вертикальної осі. Для приведення рівнянь динаміки МТА до виду Коші та чисельного рішення системи СЛАР методом Крамера був використаний математичний пакет програм MatLab 2021a. Розроблена математична модель дозволяє досліджувати динаміку (рух) елементів посівного МТА у поздовжньо-паралельній площині та визначати вплив геометричних параметрів агрегату на його динаміку, коливання елементів навколо прямолінійної траєкторії та стійкість руху.

**Ключові слова:** математична модель, рівняння Лагранжу, рух, посівний машинно-тракторний агрегат.

*Antoshchenkov R.V., Kuskov M.A. On study of plane-parallel movement of sowing machine-tractor unit.*

**Abstract.** The paper substantiates the method of studying the plane-parallel movement of the sowing machine-tractor unit (MTA) through the formation of equations of dynamics using Lagrange equations of the II kind. Theoretical studies were carried out on the example of a sowing machine-tractor unit as part of an all-wheel drive tractor of the classic layout Belarus-1025 manufactured by MTZ and a seeder Vega-8 W Profi manufactured by PJSC "Elworthy" (Kropyvnytskyi). Tractor of a classic layout, all-wheel drive, with front steered wheels. as well as discard factors that complicate mathematical modeling and do not affect the calculation. The following assumptions were introduced: the plane-parallel motion of the unit was considered; in the process of compiling the mathematical model, the deferent (plane-parallel movement of the unit in the plane XOZ) and roll (plane-parallel movement of the unit in the plane YOZ) were not taken into account; the processes that occur in the hydraulic steering drive were not taken into account; the processes that occur in the transmission are not taken into account; the dynamic characteristics of the engine were not taken into account during acceleration and braking of the unit; the skeletons of the sections are absolutely solid, and the entire aggregate is symmetrical with respect to the longitudinal plane; rolling resistance forces are considered constant; lateral forces on the tires are limited by the grip of the wheels on the road. The rolling resistance of the wheels of the tractor and seeder is calculated depending on the vertical load on the corresponding wheel. When compiling a mathematical model, the case of movement along a curved trajectory is used, which corresponds to the actual trajectory of the sowing units in the field. In the process of movement, the front and rear wheels of the tractor are the drivers. The position of the tractor-seeder system will be determined by four generalized coordinates: the projection of the velocity of the tractor's center of mass on the x-axis; projection of the velocity of the center of mass of the tractor on the y-axis; the angle of rotation of the tractor frame around the vertical axis; the angle of rotation of the seeder frame around the vertical axis. To bring the equations of MTA dynamics to the Cauchy form and the numerical solution of the SLAR system, the mathematical software package MatLab 2021a was used by the Kramer method. The developed mathematical model allows you to study the dynamics (movement) of the elements of the sowing MTA in the longitudinally parallel plane and determine the influence of geometric parameters of the unit on its dynamics, oscillations of elements around a rectilinear trajectory and stability of motion.

**Key words:** mathematical model, Lagrange equation, motion, sowing machine-tractor unit.

### Постановка проблеми

У сучасному сільському господарстві ефективність агрономічних процесів значною мірою залежить від використання сучасної техніки, зокрема посівних машинно-тракторних агрегатів. Плоско-паралельний рух таких агрегатів є критично важливим для забезпечення точності і якості сівби, а також для оптимізації витрат ресурсів. Дослідження, представлене в цій статті, має на меті розробку математичної моделі, що описує рух повнопривідного трактора класичної компоновки в поєднанні з сівалкою. Ця модель дозволить глибше зрозуміти механіку взаємодії між елементами агрегату, а також вплив різних параметрів на стійкість руху та продуктивність. Актуальність даного дослідження зумовлена необхідністю підвищення ефективності

сільськогосподарських робіт, що особливо важливо в умовах зростаючої конкуренції і зміни кліматичних умов.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

У сільськогосподарському виробництві, особливо у точному землеробстві, зростає потреба в підвищенні ефективності та продуктивності посівних операцій. Важливим аспектом є забезпечення стабільності та точності руху машинно-тракторних агрегатів (МТА), які виконують ці операції [1]. Зокрема, дослідження плоско-паралельного руху посівних МТА, що складаються з повнопривідних тракторів класичної компоновки та сівалок, є актуальним завданням, оскільки дозволяє оптимізувати процес сівби, зменшити витрати ресурсів та підвищити врожайність [2].

Ефективність роботи МТА значною мірою залежить від його здатності стабільно рухатися по заданій траєкторії, особливо при наявності зовнішніх збурень, таких як нерівності ґрунту або бічний вітер [3]. Нестабільність руху може призвести до нерівномірного розподілу насіння, збільшення пропусків та подвійних висівів, що негативно впливає на якість посіву та кінцевий результат [4].

Сучасні дослідження в галузі динаміки МТА зосереджені на розробці математичних моделей, які враховують різні фактори, що впливають на рух агрегату [5]. Математичне моделювання дозволяє аналізувати стійкість руху, визначати оптимальні параметри конструкції та режими роботи МТА, а також розробляти системи автоматичного керування, які забезпечують високу точність та стабільність руху [1].

У даній роботі представлено результати дослідження плоско-паралельного руху посівного МТА, що складається з повнопривідного трактора класичної компоновки та сівалки. Метою дослідження є розробка математичної моделі, яка описує динаміку руху агрегату в горизонтальній площині з урахуванням конструктивних параметрів трактора та сівалки, а також зовнішніх сил, що діють на МТА. Розроблена математична модель дозволяє оцінити вплив різних факторів на стійкість руху агрегату та визначити оптимальні параметри, які забезпечують високу точність та стабільність посівних операцій [6]. Повнопривідні трактори класичної компоновки широко використовуються в сільському господарстві завдяки своїй універсальності та здатності працювати на різних типах ґрунтів. Дослідження стійкості їх руху в складі МТА є важливим для забезпечення якісного виконання технологічних операцій [7]. У зв'язку з цим, розробка математичної моделі, яка враховує особливості конструкції таких тракторів та їх взаємодію з сівалкою, є актуальним завданням [8].

Сівалки є невід'ємною частиною посівного МТА і відіграють важливу роль у забезпеченні рівномірного розподілу насіння. Їх конструктивні особливості та параметри також впливають на динаміку руху агрегату. Тому, при розробці математичної моделі необхідно враховувати ці фактори для отримання точних результатів [9].

### **Формулювання мети досліджень**

Завдання даного дослідження полягає у обґрунтуванні метода дослідження плоско-паралельного руху посівного машинно-тракторного агрегату у складі повнопривідного трактора класичної компоновки Беларус-1025 виробництва МТЗ та сівалки Vega-8 W Profi виробництва ПАТ «Ельворті» через формування математичної моделі.

Результати досліджень

Покращення динамічних властивостей машинно-тракторних агрегатів досягається через теоретичні дослідження динаміки, оцінки прямолінійності руху, стійкості та керованості. Науково-прикладна задача покращення динамічних властивостей МТА розглядалась у роботах Лебедева А. Т., Надикто В. Т., Мельника В. І., Артемова М. П., Антощенкова Р. В., Калініна Є. І., Шуляка М. Л., Галича І. В. та ін. [10–12].

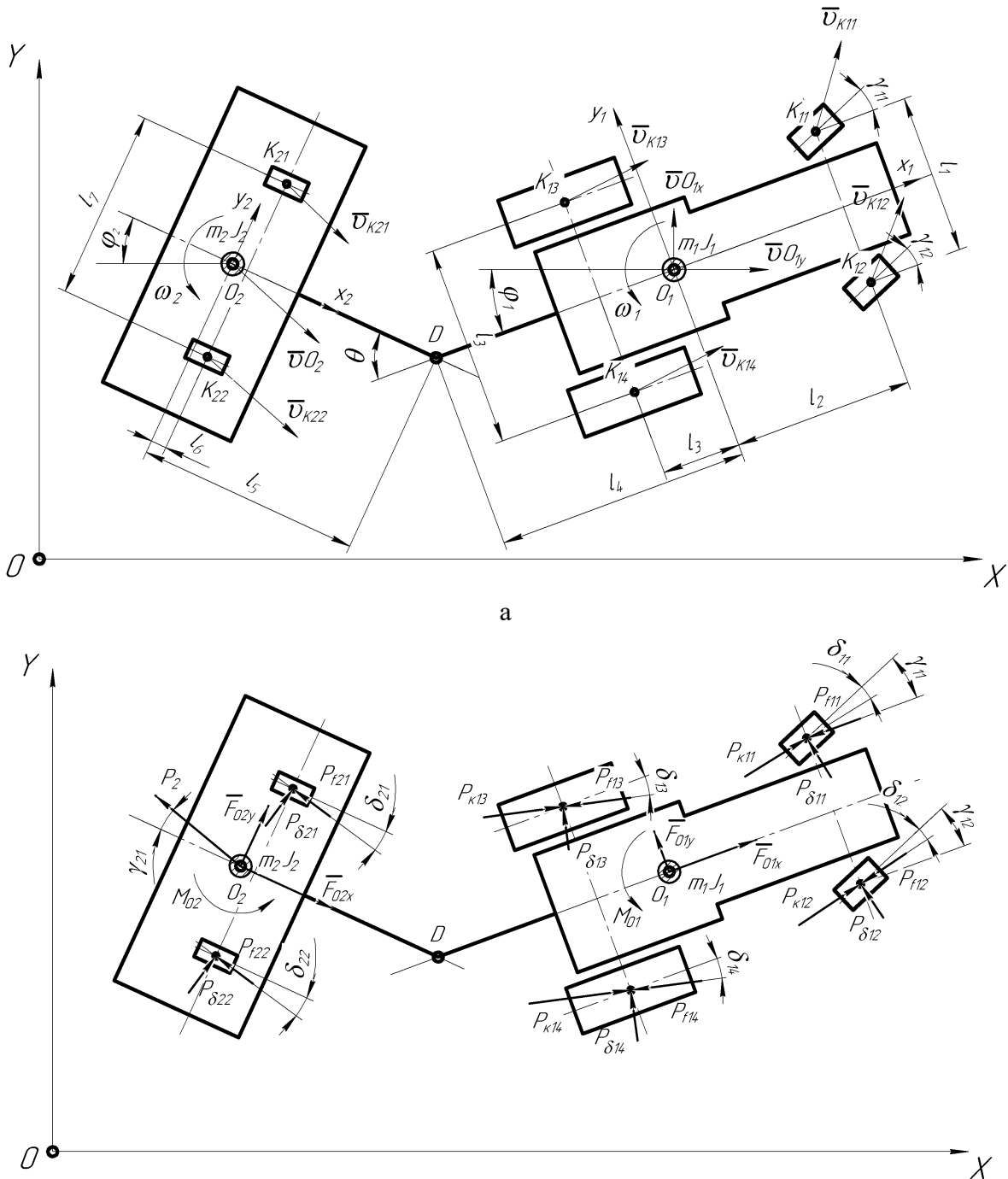


Рис. 1. Кінематична (а) та динамічна (б) моделі плоско-паралельного руху.

двохелементного (двох масового) посівного машинно-тракторного агрегату

У зазначених вище дослідженнях проводився аналіз руху МТА, динамічні моделі яких подавалися у вигляді просторових та плоско-паралельних моделей, що мають від двох та більше елементів (мас).

Покращення динамічних властивостей посівного МТА потребують теоретичних досліджень плоско-паралельного руху двохмасового агрегату з чотирма ступенями свободи.

Теоретичні дослідження проведено на прикладі посівного машинно-тракторного агрегату у складі повнопривідного трактора класичної компоновки Беларус-1025 виробництва МТЗ та сівалки Vega-8 W Profi виробництва ПАТ «Ельворті» (м. Кропивницький). Трактор класичної компоновки, повнопривідний, з передніми керованими колесами. Сівалка причіпна призначена для одночасної сівби двох культур.

Формування рівнянь руху агрегату потребує задатися допущеннями, що дозволять спростити рішення поставленого завдання, а також відкинути фактори, які ускладнюють математичне моделювання та не впливають на розрахунок.

Введено наступні припущення:

- розглядався плоско-паралельний рух агрегату;
- в процесі складання математичної моделі не враховувався деферент (плоско-паралельний рух агрегату в площині  $XOZ$ ) і крен (плоско-паралельний рух агрегату в площині  $YOZ$ );
- не враховувалися процеси, які відбуваються в гідроприводі рульового керування; не враховуються процеси, які відбуваються в трансмісії;
- не враховувалися динамічні характеристики двигуна в процесі розгону та гальмування агрегату;
- остови секцій абсолютно тверді тіла, а весь агрегат симетричний щодо поздовжньої площини; сили опору перекочуванню вважаються постійними;
- бічні зусилля на шинах обмежені зчепленням коліс із дорогою.

Опір перекочуванню коліс трактора та сівалки розраховується в залежності від вертикального навантаження на відповідне колесо [13].

Прийняті допущення дозволяють представити МТА у вигляді плоскої системи в горизонтальній площині  $XOY$ , тому що в цій площині діють проєкції сил, які формують навантаження на елементи агрегату, зчіпний пристрій, силу опору сівалки, силу опору перекочуванню машини, бічні сили та рушійні зусилля.

Розрахункова схема (рис. 1) являє собою динамічну модель плоско-паралельного руху двухелементного (двох масового) посівного МТА, що складається з двох ланок: трактору та сівалки.

При складанні математичної моделі використовується випадок руху по криволінійній траєкторії, яка відповідає дійсній траєкторії руху посівних агрегатів по полю [14]. В процесі руху ведучими є передні та задні колеса трактора. Навантаження, які зазнає в цьому випадку агрегат, не є критичними і характерні для технологічного процесу сівби. Відмінною рисою розробленої математичної моделі є те, що вона дозволяє проаналізувати траєкторії руху елементів агрегату, відхилення та частоти в залежності від керуючого впливу та конструкційних параметрів.

На схемі кінематичної та динамічної моделі плоско-паралельного руху двухелементного (двох масового) посівного МТА (рис. 1) використано наступні позначення:  $XOY$  – глобальна (нерухома) система координат;  $O_1$  – центр мас трактора;  $O_2$  – центр мас сівалки;  $x_1o_1y_1$  – зв'язана (рухома) система координат трактора, що проходить через центр мас т.  $O_1$ ;  $x_2o_2y_2$  – зв'язана (рухома) система координат сівалки, що проходить через центр мас т.  $O_2$ ; т.  $D$  – зчіпний пристрій (точка з'єднання трактора та сівалки);  $\varphi_1$  – кут повороту рами трактора навколо вертикальної осі;  $\varphi_2$  – кут

повороту рами сівалки навколо вертикальної осі;  $\omega_1$  – кутова швидкість обертання рами трактора навколо вертикальної осі  $z$ ;  $\omega_2$  – кутова швидкість обертання рами сівалки навколо вертикальної осі  $z$ ;  $\gamma_{11}$  – кут повороту керованого переднього лівого колеса трактора;  $\gamma_{12}$  – кут повороту керованого переднього правого колеса трактора;  $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{13}, \delta_{14}$  – кут бічного уводу переднього лівого, переднього правого, заднього лівого та заднього правого коліс трактора;  $\delta_{21}, \delta_{22}$  – кут бічного уводу лівого та правого коліс сівалки;  $\theta$  – кут зламу (кут між повздовжніми осями трактора та сівалки);  $l_1$  – колія передніх коліс трактора;  $l_2$  – відстань від передніх коліс до центра мас трактора;  $l_3$  – відстань від центра мас до осі задніх коліс трактора;  $l_4$  – відстань від центра мас трактора до точки приєднання сівалки;  $l_5$  – відстань від точки приєднання сівалки до центра мас;  $l_6$  – відстань від центру мас сівалки до осі коліс;  $l_7$  – колія коліс сівалки;  $m_1$  – маса трактора;  $J_1$  – момент інерції трактора;  $m_2$  – маса сівалки;  $J_2$  – момент інерції сівалки;  $P_{\kappa 11}, P_{\kappa 12}, P_{\kappa 13}, P_{\kappa 14}$  – дотична сила тяги переднього лівого, переднього правого, заднього лівого та заднього правого коліс трактора;  $P_{f11}, P_{f12}, P_{f13}, P_{f14}$  – сила опору кочення переднього лівого, переднього правого, заднього лівого та заднього правого коліс трактора;  $P_{\delta 11}, P_{\delta 12}, P_{\delta 13}, P_{\delta 14}$  – сила бічного уводу переднього лівого, переднього правого, заднього лівого та заднього правого коліс трактора;  $P_2$  – вектор сил тягового опору сівалки;  $\gamma_{21}$  – кут повороту вектору сил тягового опору сівалки;  $P_{f21}, P_{f22}$  – сила опору кочення лівого та правого коліс сівалки;  $P_{\delta 21}, P_{\delta 22}$  – сила бічного уводу лівого та правого коліс сівалки;  $F_{O1x}, F_{O1y}, F_{O2x}, F_{O2y}$  – проекції головного вектора сил з боку опорної поверхні для трактора та сівалки;  $M_{O1}, M_{O2}$  – головний момент збурюючих впливів з боку опорної поверхні для трактора та сівалки.

Положення системи «трактор-сівалка» буде визначатися чотирма узагальненими координатами:  $O_{1x}$  – проекція швидкості центру мас трактора на ось  $x$ ;  $O_{1y}$  – проекція швидкості центру мас трактора на ось  $y$ ;  $\varphi_1$  – кут повороту рами трактора навколо вертикальної осі;  $\varphi_2$  – кут повороту рами сівалки навколо вертикальної осі.

У якості математичного апарата при складанні диференціальних рівнянь руху посівного двохелементного (двох масового) агрегату у складі трактора та сівалки були прийняті рівняння Лагранжа другого роду [14]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, k = 1, 2, 3, 4, \quad (1)$$

де  $T$  – кінетична енергія системи;

$Q$  – узагальнені сили системи;

$q_k$  – узагальнені координати системи.

Рівняння Лагранжа II-го роду, які описують динаміку посівного агрегату, сформовано щодо таких узагальнених координат:  $O_{1x}$  і  $O_{1y}$  – центр мас трактора (т.  $O_1$ ); кути повороту рам трактора  $\varphi_1$  та сівалки  $\varphi_2$  навколо осі  $x$ . Рівняння динаміки агрегату в загальному випадку мають такий вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_{o_1}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_{o_1}} = Q_{o_1x}; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_{o_1}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y_{o_1}} = Q_{o_1y}; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_{\varphi_1}; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_{\varphi_2}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $Q_{o_1x}$ ,  $Q_{o_1y}$ ,  $Q_{\varphi_1}$ ,  $Q_{\varphi_2}$  – узагальнені сили відповідних узагальнених координат.

Кінетична енергія МТА складається з кінетичної енергії трактора та сівалки і визначається з виразу:

$$T = \frac{m_1 v_{o_1}^2}{2} + \frac{J_{o_1} \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 v_{o_2}^2}{2} + \frac{J_{o_2} \omega_2^2}{2}, \quad (3)$$

де  $v_{o_1}$ ,  $v_{o_2}$  – швидкості центрів мас трактора та сівалки;

$\omega_1$ ,  $\omega_2$  – кутові швидкості трактора та сівалки щодо відповідних вертикальних осей  $z$ ;

$J_{o_1}$ ,  $J_{o_2}$  – моменти інерції трактора та сівалки щодо відповідних вертикальних осей

$z$ .

Швидкість центру мас трактора щодо нерухомої координат  $XOY$  визначається з рівнянь:

$$\begin{cases} V_{o_1} = \sqrt{V_{o_1x}^2 + V_{o_1y}^2}; \\ V_{o_1}^2 = V_{o_1x}^2 + V_{o_1y}^2; \\ V_{o_1x} = \dot{x}_{o_1}; \\ V_{o_1y} = \dot{y}_{o_1}. \end{cases} \quad (3)$$

Швидкість центру мас сівалки залежить від  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  та визначається з виразу:

$$\begin{cases} V_{o_2x} = \dot{x}_{o_2x} + \omega_1 (l_2 + l_3) \sin \varphi_1 + \omega_2 l_5 \sin \varphi_2; \\ V_{o_2y} = \dot{y}_{o_2y} - \omega_1 l_4 \cos \varphi_1 - \omega_2 l_5 \cos \varphi_2; \\ V_{o_2} = \sqrt{V_{o_2x}^2 + V_{o_2y}^2}. \end{cases} \quad (4)$$

З урахуванням (3) та (4) вираз для визначення кінетичної енергії посівного агрегату набуде вигляду:

$$\begin{aligned} T = & \frac{m_1 [x_{o_1}^2 + y_{o_1}^2] + J_{o_1} \omega_1^2 + J_{o_2} \omega_2^2}{2} + \\ & + \frac{m_2 [\dot{x}_{o_1} + \omega_1 (l_2 + l_3) \sin \varphi_1 + \omega_2 l_5 \sin \varphi_2]^2}{2} + \\ & + \frac{m_2 [\dot{y}_{o_1} - \omega_1 (l_4 + l_5) \cos \varphi_1 - \omega_2 l_5 \cos \varphi_2]^2}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Після обчислення приватних похідних кінетичної енергії (2.5) за узагальненими

швидкостями отримуємо:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_{o_1}} = m_1 \dot{x}_{o_1} + m_2 (\dot{x}_{o_1} + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 l_5 \sin \varphi_2); \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_{o_1}} = m_1 \dot{y}_{o_1} + m_2 (\dot{y}_{o_1} - \dot{\varphi}_1 l_4 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 l_5 \cos \varphi_2); \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} &= J_{o_1} \dot{\varphi}_1 + m_2 l_4 \sin \varphi_1 (\dot{x}_{o_1} + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 l_5 \sin \varphi_2) + \\ &+ m_2 l_4 \cos \varphi_1 (-\dot{y}_{o_1} + \dot{\varphi}_1 l_4 \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 l_5 \cos \varphi_2); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} &= J_{o_2} \dot{\varphi}_2 + m_2 l_5 \sin \varphi_2 (\dot{x}_{o_1} + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 l_5 \sin \varphi_2) + \\ &+ m_2 l_5 \cos \varphi_2 (-\dot{y}_{o_1} + \dot{\varphi}_1 l_4 \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 l_5 \cos \varphi_2). \end{aligned} \quad (9)$$

Похідні виразів (6)–(9) за часом мають наступний вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{dT}{d\dot{x}_{o_1}} \right) = (m_1 + m_2) \ddot{x}_{o_1} + \quad (10)$$

$$+ m_2 (\ddot{\varphi}_1 l_4 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 l_4 \cos \varphi_1 + \ddot{\varphi}_2 l_5 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 l_5 \cos \varphi_2);$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{dT}{d\dot{y}_{o_1}} \right) = (m_1 + m_2) \ddot{y}_{o_1} + \quad (11)$$

$$+ m_2 (-\ddot{\varphi}_1 l_4 \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 l_4 \sin \varphi_1 - \ddot{\varphi}_2 l_5 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 l_5 \sin \varphi_2);$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{dT}{d\dot{\varphi}_1} \right) = J_{o_1} \ddot{\varphi}_1 + m_2 l_4 \dot{\varphi}_1 \cdot$$

$$\cdot (\dot{x}_{o_1} + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 l_4 \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 l_5 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 l_5 \cos \varphi_2) +$$

$$+ \dot{\varphi}_1 m_2 l_4 \sin \varphi_1 (\dot{x}_{o_1} + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 l_5 \sin \varphi_2) - m_2 l_4 \cdot \quad (12)$$

$$\cdot \cos \varphi_1 (\dot{y}_{o_1} - \dot{\varphi}_1 l_4 \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 l_4 \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 l_5 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 l_5 \cos \varphi_2) +$$

$$+ \dot{\varphi}_1 m_2 l_4 \cos \varphi_1 (\dot{y}_{o_1} - \dot{\varphi}_1 l_4 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 l_5 \cos \varphi_2);$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{dT}{d\dot{\varphi}_2} \right) = J_{o_2} \ddot{\varphi}_2 +$$

$$+ m_2 l_5 (\dot{x}_{o_1} \sin \varphi_2 + \dot{x}_{o_1} \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 l_4 \cos (\varphi_1 - \varphi_2)) - \quad (13)$$

$$- \dot{\varphi}_1 l_4 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \sin (\varphi_1 - \varphi_2) - \ddot{y}_{o_1} \cos \varphi_2 + \ddot{y}_{o_1} \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 l_5.$$

Приватні похідні кінетичної енергії у узагальнених координатах дорівнюють:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial x_{c_1}} = 0; \\ \frac{\partial T}{\partial y_{c_1}} = 0; \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = \dot{\varphi}_1 m_2 l_4 (\dot{x}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 l_5 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)); \\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = \dot{\varphi}_2 m_2 l_5 (\dot{x}_{o_1} \cos \varphi_2 + \dot{y}_{o_1} \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)). \end{array} \right. \quad (14)$$

У моделі бічні сили, що діють у контакті коліс з опорною поверхнею, визначаються як функції кута бічного уводу.

Для визначення кутів бічного уводу через кінематичні параметри руху трактора (швидкість центру мас, кутову швидкість у горизонтальній площині та її геометричні розміри) досліджено схему плоско-паралельного руху МТА щодо нерухомої системи координат  $XOY$  зображену на рис. 1, б центрами мас трактора та сівалки пов'язані зв'язані (рухомі) системи координат  $x_1o_1y_1$  та  $x_2o_2y_2$ .

Швидкості центрів коліс трактора визначаються як векторна сума швидкості центру мас трактора  $\vec{v}_{o_1}$  та їх обертальних швидкостей ( $\vec{v}_{K_{11}}$ ,  $\vec{v}_{K_{12}}$ ,  $\vec{v}_{K_{13}}$ ,  $\vec{v}_{K_{14}}$ ) щодо центру мас:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_{K_{11}} = \vec{v}_{o_1} + \vec{v}_{o_1K_{11}}; \\ \vec{v}_{K_{12}} = \vec{v}_{o_1} + \vec{v}_{o_1K_{12}}; \\ \vec{v}_{K_{13}} = \vec{v}_{o_1} + \vec{v}_{o_1K_{13}}; \\ \vec{v}_{K_{14}} = \vec{v}_{o_1} + \vec{v}_{o_1K_{14}}. \end{array} \right. \quad (15)$$

Швидкості центрів коліс сівалки визначаються як векторна сума швидкості т.  $D$  і щодо цієї точки обертальних швидкостей ( $\vec{v}_{K_{21}}$ ,  $\vec{v}_{K_{22}}$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_{K_{21}} = \vec{v}_D + \vec{v}_{DK_{21}}; \\ \vec{v}_{K_{22}} = \vec{v}_D + \vec{v}_{DK_{22}}. \end{array} \right. \quad (16)$$

Обертальні швидкості – це відстань від центрів мас коліс до відповідного центру на кутову швидкість колісної машини в горизонтальній площині.

Після проектування рівнянь на рухомі осі  $x_1$  та  $y_1$ , пов'язані з колісним трактором, отримуємо проекції швидкостей центрів коліс на ці осі:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{K_{11x}} = \dot{x}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \sin \varphi_1 - 0,5l_1\dot{\varphi}_1; \\ v_{K_{11y}} = -\dot{x}_{o_1} \sin \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 l_2; \\ v_{K_{12x}} = \dot{x}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \sin \varphi_1 - 0,5l_1\dot{\varphi}_1; \\ v_{K_{12y}} = -\dot{x}_{o_1} \sin \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 l_2; \\ v_{K_{13x}} = \dot{x}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \sin \varphi_1 - 0,5l_1\dot{\varphi}_1; \\ v_{K_{13y}} = -\dot{x}_{o_1} \sin \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 l_3; \\ v_{K_{14x}} = \dot{x}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \sin \varphi_1 - 0,5l_1\dot{\varphi}_1; \\ v_{K_{14y}} = -\dot{x}_{o_1} \sin \varphi_1 + \dot{y}_{o_1} \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 l_3. \end{array} \right. \quad (17)$$

Для сівалки проектування рівнянь виконується на аналогічні рухомі осі та отримуємо наступні рівняння проекцій швидкостей:

$$\begin{cases} v_{K21x} = \dot{x}_{O_1} \cos \varphi_2 + \dot{y}_{O_1} \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - 0,5l_7 \dot{\varphi}_2; \\ v_{K21y} = -\dot{x}_{O_1} \sin \varphi_2 + \dot{y}_{O_1} \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_1 l_4 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \dot{\varphi}_2 l_5; \\ v_{K22x} = \dot{x}_{O_1} \cos \varphi_2 + \dot{y}_{O_1} \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - 0,5l_7 \dot{\varphi}_2; \\ v_{K22y} = -\dot{x}_{O_1} \sin \varphi_2 + \dot{y}_{O_1} \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_1 l_4 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \dot{\varphi}_2 l_5. \end{cases} \quad (18)$$

Для некерованих коліс трактора та сівалки кут бокового уводу визначається з виразу:

$$\delta_i = \arctg \frac{v_{iy}}{v_{ix}}. \quad (19)$$

Для передніх керованих коліс трактора кут бокового уводу визначається з формул:

$$\delta_i = a_j - \arctg \frac{v_{iy}}{v_{ix}}. \quad (20)$$

Виходять такі формули для визначення кутів уведення коліс:

$$\begin{cases} \delta_{11} = a - \arctan \frac{-\dot{x}_{O_1} \sin \varphi_1 + \dot{y}_{O_1} \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 l_2}{\dot{x}_{O_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{O_1} \sin \varphi_1 - 0,5l_1 \dot{\varphi}_1}; \\ \delta_{12} = a - \arctan \frac{-\dot{x}_{O_1} \sin \varphi_1 + \dot{y}_{O_1} \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 l_2}{\dot{x}_{O_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{O_1} \sin \varphi_1 + 0,5l_1 \dot{\varphi}_1}; \\ \delta_{13} = -\arctan \frac{-\dot{x}_{O_1} \sin \varphi_1 + \dot{y}_{O_1} \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 l_3}{\dot{x}_{O_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{O_1} \sin \varphi_1 + 0,5l_1 \dot{\varphi}_1}; \\ \delta_{14} = -\arctan \frac{-\dot{x}_{O_1} \sin \varphi_1 + \dot{y}_{O_1} \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 l_3}{\dot{x}_{O_1} \cos \varphi_1 + \dot{y}_{O_1} \sin \varphi_1 - 0,5l_1 \dot{\varphi}_1}; \\ \delta_{21} = -\arctan \frac{-\dot{x}_{O_1} \sin \varphi_2 + \dot{y}_{O_1} \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_1 l_4 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \dot{\varphi}_2 l_5}{\dot{x}_{O_1} \cos \varphi_2 + \dot{y}_{O_1} \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - 0,5l_7 \dot{\varphi}_2}; \\ \delta_{22} = -\arctan \frac{-\dot{x}_{O_1} \sin \varphi_2 + \dot{y}_{O_1} \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_1 l_4 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \dot{\varphi}_2 l_5}{\dot{x}_{O_1} \cos \varphi_2 + \dot{y}_{O_1} \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + 0,5l_7 \dot{\varphi}_2}. \end{cases} \quad (21)$$

Бічні сили приймаються пропорційно до кутів бокового уводу (21):

$$T_i = C_i \delta_i,$$

де  $C_i$  – коефіцієнт опору бокового уводу  $i$ -го колеса.

Сили бокового уводу  $P_\delta$  спрямовано перпендикулярно до площині обіду коліс, рушійні сили  $P_k$  та сили опору коченню  $P_f$  – вздовж лінії вектора швидкості центру колеса у відповідних напрямках (рис. 1, б).

Отримуємо такі формули для обчислення узагальнених сил:

$$\begin{aligned}
 Q_{O1x} &= \left( \begin{aligned} & \left( (P_{K11} - P_{f11}) \cos(\gamma_{11} - \delta_{11}) - P_{\delta11} \sin \gamma_{11} + \right. \\ & + (P_{K12} - P_{f12}) \cos(\gamma_{12} - \delta_{12}) - \\ & - P_{\delta12} \sin \gamma_{12} + (P_{K13} - P_{f13}) \cos \delta_{13} + \\ & \left. + (P_{K14} - P_{f14}) \cos \delta_{14} + F_{O1x} \right) \end{aligned} \right) \cos \varphi_1 - \\
 & - \left( \begin{aligned} & \left( P_{\delta11} \sin \gamma_{11} + (P_{K11} - P_{f11}) \sin(\gamma_{11} - \delta_{11}) + \right. \\ & + (P_{K12} - P_{f12}) \cos(\gamma_{12} - \delta_{12}) + \\ & + (P_{K12} - P_{f12}) \sin(\gamma_{12} - \delta_{12}) + F_{O1y} + P_{\delta13} + P_{\delta14} - \\ & \left. - (P_{K13} - P_{f13}) \sin \delta_{13} - (P_{K14} - P_{f14}) \sin \delta_{14} \right) \end{aligned} \right) \sin \varphi_1 + \\
 & + (F_{O2x} - P_{f21} \cos \delta_{21} - R_2 \cos \gamma_{21} - P_{f22} \cos \delta_{22}) \cos \varphi_2 - \\
 & - (P_{f21} \sin \delta_{21} + R_2 \sin \gamma_{21} + P_{\delta21} + P_{\delta22} + P_{f22} \sin \delta_{22} + F_{O2y}) \sin \varphi_2; \\
 Q_{O1y} &= \left( \begin{aligned} & \left( (P_{K11} - P_{f11}) \cos(\gamma_{11} - \delta_{11}) - P_{\delta11} \sin \gamma_{11} + \right. \\ & + (P_{K12} - P_{f12}) \cos(\gamma_{12} - \delta_{12}) - P_{\delta12} \sin \gamma_{12} + \\ & \left. + (P_{K13} - P_{f13}) \cos \delta_{13} + (P_{K14} - P_{f14}) \cos \delta_{14} + F_{O1x} \right) \end{aligned} \right) \sin \varphi_1 + \\
 & + \left( \begin{aligned} & \left( (P_{K11} - P_{f11}) \cos \gamma_{11} + P_{\delta11} \sin(\gamma_{11} - \delta_{11}) + \right. \\ & + (P_{K12} - P_{f12}) \cos \gamma_{12} + P_{\delta12} \sin(\gamma_{12} - \delta_{12}) + \\ & \left. + F_{O1y} + P_{\delta13} + P_{\delta14} - (P_{K13} - P_{f13}) \sin \delta_{13} - (P_{K14} - P_{f14}) \sin \delta_{14} \right) \end{aligned} \right) \cos \varphi_1 + \\
 & + (F_{O2x} - P_{f21} \cos \delta_{21} - P_2 \cos \gamma_{21} - P_{f22} \cos \delta_{22}) \sin \varphi_2 + \\
 & + (P_{f21} \sin \delta_{21} + P_2 \sin \gamma_{21} + P_{\delta21} + P_{\delta22} + P_{f22} \sin \delta_{22} + F_{O1y}) \cos \varphi_2; \\
 Q_{\varphi_1} &= (P_{\delta11} \cos \gamma_{11} - (P_{K11} - P_{f11}) \sin(\gamma_{11} - \delta_{11}) + P_{\delta12} \cos(\gamma_{12} - \delta_{12})) l_2 - \\
 & - (P_{\delta13} + P_{\delta14} - (P_{K13} - P_{f13}) \sin \delta_{13} - (P_{K14} - P_{f14}) \sin \delta_{14}) l_3 + \\
 & + \left( \begin{aligned} & \left( P_{\delta11} \sin \gamma_{11} - (P_{K11} - P_{f11}) \cos(\gamma_{11} - \delta_{11}) + (P_{K13} - P_{f13}) \cos \delta_{13} + \right. \\ & \left. + (P_{K14} - P_{f14}) \cos \delta_{14} + (P_{K12} - P_{f12}) \cos(\gamma_{12} - \delta_{12}) - P_{\delta12} \sin \gamma_{12} \right) \end{aligned} \right) \cdot 0,5l_1 + M_{O1} + M_{O2} - \\
 & - (P_{\delta21} + P_{f21} \sin \delta_{21} + P_{\delta22} + P_{f22} \sin \delta_{22}) \cdot (l_5 + l_4 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) - \\
 & - P_2 \sin \gamma_{21} (l_5 + l_4 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) - P_2 \cos \gamma_{21} l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \\
 & + F_{O2x} l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - F_{O2x} (l_5 + l_4 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) - P_{f22} \cos \delta_{22} \cdot \\
 & \cdot (0,5l_7 + l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)) + P_{f21} \cos \delta_{21} (0,5l_7 - l_4 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)); \\
 Q_{\varphi_2} &= (P_{f21} \cos \delta_{21} - P_{f22} \cos \delta_{22}) 0,5l_7 - (P_{\delta21} + P_{\delta22}) l_5 + \\
 & + P_2 \sin \gamma_{21} l_5 - F_{O2y} l_5 + M_{O2}.
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Отримана система рівнянь Лагранжу 2-го роду (1)–(22) є суттєво нелінійною [14], тому система диференціальних рівнянь не має рішення, які могли бути

представлені в аналітичному вигляді. Відповідно, для вирішення також системи звичайних диференціальних рівнянь необхідно використовувати чисельний метод рішення і відповідне програмне забезпечення.

Для використання чисельного методу рішення системи диференціальних рівнянь (модифікований метод Рунге-Кутта 4-5 порядку) необхідно привести систему (1)–(22) до виду Коші. З цією метою введемо наступні змінні:

$$\begin{cases} a_{11} = m_1 + m_2; a_{12} = 0; a_{13} = m_2 l_4 \sin \varphi_1; a_{14} = m_2 l_5 \sin \varphi_2; \\ a_{21} = 0; a_{22} = m_1 + m_2; a_{23} = -m_2 l_4 \cos \varphi_1; a_{24} = -m_2 l_5 \cos \varphi_2; \\ a_{31} = m_2 l_4 \sin \varphi_1; a_{32} = -m_2 l_4 \cos \varphi_1; a_{33} = J_1 + m_2 l_4^2; a_{34} = m_2 l_4 l_5; \\ a_{41} = m_2 l_5 \sin \varphi_2; a_{42} = -m_2 l_5 \cos \varphi_2; a_{43} = m_2 l_5 l_4 \cos(\varphi_1 - \varphi_2); a_{44} = J_2 + m_2 l_5^2. \end{cases} \quad (23)$$

З урахуванням рівнянь (2.1)–(2.22) після проведення необхідних угруповань і перетворень отримаємо рівняння Лагранжа, які матимуть вигляд:

$$\begin{cases} a_{11} \ddot{x}_{O_1} + a_{12} y_{O_1} + a_{13} \ddot{\varphi}_1 + a_{14} \ddot{\varphi}_2 = Q_{x_{O_1}}; \\ a_{21} \ddot{x}_{O_1} + a_{22} y_{O_1} + a_{23} \ddot{\varphi}_1 + a_{24} \ddot{\varphi}_2 = Q_{y_{O_1}}; \\ a_{31} \ddot{x}_{O_1} + a_{32} y_{O_1} + a_{33} \ddot{\varphi}_1 + a_{34} \ddot{\varphi}_2 = Q_{\varphi_1}; \\ a_{41} \ddot{x}_{O_1} + a_{42} y_{O_1} + a_{43} \ddot{\varphi}_1 + a_{44} \ddot{\varphi}_2 = Q_{\varphi_2}, \end{cases} \quad (24)$$

Коефіцієнти при других похідних системах (24) та узагальнені сили є функціями масових, геометричних, експлуатаційних параметрів трактора та агрегату, узагальнених координат та швидкостей. Рівняння руху МТА є системою чотирьох неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку.

Для приведення рівнянь (1)–(22) до виду Коші та чисельного рішення системи СЛАР методом Крамера був використаний математичний пакет програм MatLab 2021a [15].

Розроблена математична модель дозволяє досліджувати динаміку (рух) елементів посівного МТА у поздовжньо-паралельній площині та визначати вплив геометричних параметрів агрегату на його динаміку, коливання елементів навколо прямолінійної траєкторії та стійкість руху.

## Висновки

1. Для забезпечення заданої точності розділення компонентів НС дрібнонасієних культур доцільним є урахування впливу повітряного потоку, що утворюється у міждековому просторі віброфрикційних сепараторів. При цьому урахування тільки стаціонарної складової дає уявлення про рух повітряного потоку між вібруючими поверхнями «в середньому», вплив пульсуючої складової швидкості повітряного потоку між вібруючими площинами, в окремих режимах вібраційного переміщення, є визначальним для реалізації технологічного процесу сепарації НС.

2. Збільшення частоти і амплітуди коливань робочого органу зумовлює зростання середньої швидкості руху насіння, максимальна швидкість переміщення частинки досягається в інтервалі зміни параметрів:  $A = 1,0 \dots 1,7$  мм;  $\omega = 200 \dots 260$  с<sup>-1</sup>. Подальше збільшення цих параметрів призводить до зменшення швидкості вібраційного переміщення компонентів. В той же час, швидкість переміщення частинки без врахування впливу повітряного середовища продовжує зростати. При швидкості руху робочого органу ( $A\omega$ ) більше 27...30 см/с вплив повітряного середовища призводить до зниження швидкості вібраційного переміщення частинок. Для забезпечення максимальної продуктивності процесу швидкість руху робочого органу не повинна перевищувати вищенаведених значень.

3. Середня швидкість переміщення частинок має тенденцію до зменшення при збільшенні значення кута нахилу робочої поверхні  $\alpha$ , причому при досягненні певного значення кута нахилу, частинка зупиняється, а при подальшому збільшенні  $\alpha$  переміщається у зворотному напрямку. Частинка з меншим значенням коефіцієнта миттєвого тертя  $\lambda$  змінює напрямок руху при меншому значенні кута нахилу площини, а з більшим  $\lambda$  – при більшому значенні  $\alpha$ . Так при  $\alpha = 7,5^\circ$  часточки з  $\lambda = 0,076$  будуть переміщатися вниз, а часточки з  $\lambda = 0,27$  будуть переміщатися вгору по вібраційній площині, тобто буде відбуватися процес розділення компонентів НС.

4. Зміна кута спрямованості коливань  $\varepsilon$  має не такий суттєвий вплив на швидкість переміщення насіння, як амплітуда і частота коливань, збільшення  $\varepsilon$  до  $35\dots40^\circ$  забезпечує підвищення швидкості переміщення, а подальше збільшення кута  $\varepsilon$  призводить до зниження середньої швидкості руху насіння по робочому органу. Найбільшій продуктивності віброфрикційного сепаратора можна досягти при встановленні  $\varepsilon = 35\dots40^\circ$ .

5. При збільшенні зазору  $H$  від 3 до 6 мм швидкість переміщення знижується, а при подальшому збільшенні зазору підвищується і після 12 мм залишається постійною. Отже менш доцільним, з точки зору швидкості переміщення компонентів НС по робочій поверхні віброфрикційного сепаратора, є зазор між деками в межах 3,5...10 мм.

#### Список використаних джерел

1. Adamchuk, V., Bulgakov, V., Nadykto, V., Trohaniak, O., & Chorna, T. (2023). Theoretical study of the stability of asymmetric movement sowing machine-tractor aggregate. *Visnyk Agrarnoi Nauky*, 101(5), 57–64. <https://doi.org/10.31073/agrovisnyk202305-08>.
2. Parihar, N. S., Sharma, S., & Khar, S. (2024). Factors Affecting the Performance of a Potato Digger – A Review. *Potato Research*, 67(4), 1563–1580. <https://doi.org/10.1007/s11540-024-09704-5>.
3. Han, J., Yan, X., & Tang, H. (2023). Method of controlling tillage depth for agricultural tractors considering engine load characteristics. *Biosystems Engineering*, 227, 95–106. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2023.01.011>
4. Sun, J., Zhang, Y., Zhang, Y., Li, P., & Teng, G. (2022). Precision Seeding Compensation and Positioning Based on Multisensors. *Sensors*, 22(19), 7228. <https://doi.org/10.3390/s22197228>.
5. Startcev, A., Romanov, S., & Vagina, O. (2021). Research into the Course Stability of a Four-Wheel Drive Wheeled Machine–Tractor Unit. In *Lecture Notes in Mechanical Engineering* (pp. 607–614). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-54814-8\\_70](https://doi.org/10.1007/978-3-030-54814-8_70).
6. Babaei Robot, A., Arezoo, K., Alipour, K., & Tarvirdizadeh, B. (2024). Dynamics modeling and path following controller of tractor-trailer-wheeled robots considering wheels slip. *ISA Transactions*, 148, 45–63. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2024.03.004>.
7. Li, X., Xu, L., Liu, M., Yan, X., & Zhang, M. (2024). Research on torque cooperative control of distributed drive system for fuel cell electric tractor. *Computers and Electronics in Agriculture*, 219, 108811. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2024.108811>.
8. Prasanna Kumar, G. V., Srivastava, B., & Nagesh, D. S. (2009). Modeling and optimization of parameters of flow rate of paddy rice grains through the horizontal rotating cylindrical drum of drum seeder. *Computers and Electronics in Agriculture*, 65(1), 26–35. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2008.07.006>.
9. Wang, L., Zhu, J., Liu, F., He, Z., Lai, Q., Zhu, Z., Song, Z., & Li, Z. (2024). Algorithm and scale experiment of gyro-based tractor rollover control towards hilly farmland application. *Computers and Electronics in Agriculture*, 220, 108925.

<https://doi.org/10.1016/j.compag.2024.108925>.

10. Антощенко Р. В., Череватенко Г. І., Задорожний В. П., Світличний О. В., Кусков М. А. Дослідження динаміки повнопривідної тягово-транспортної машини. Український журнал прикладної економіки та техніки, 2023. Т. 7. № 3. С. 125–135.

11. Antoshchenkov, R., Halych, I., Nikiforov, A., Cherevatenko, H., Chyzhykov, I., Sushko, S., Ponomarenko, N., Diundi, S., Tsebriuk, I. Determining the influence of geometric parameters of the traction-transportation vehicle's frame on its tractive capacity and energy indicators. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2022. 2 (7-116), pp. 60-61. DOI: 10.15587/1729-4061.2022.254688. (Scopus)

12. Volodymyr Bulgakov, Roman Antoshchenkov, Valerii Adamchuk, Ivan Halych, Yevhen Ihnatiev, Ivan Beloev, Semjons Ivanovs. Investigation of the tractor performance when ballasting its rear half-frame. *INMATEH –Agricultural Engineering*, 2022. Vol. 68. No. 3. PP. 533–542.

13. ten Damme, L., Schjønning, P., J. Munkholm, L., Green, O., K. Nielsen, S., & Lamandé, M. (2021). Traction and repeated wheeling – effects on contact area characteristics and stresses in the upper subsoil. *Soil and Tillage Research*, 211, 105020. <https://doi.org/10.1016/j.still.2021.105020>.

14. Roman Antoshchenkov, Ivan Halych, Viktor Antoshchenkov, Anton Nykyforov, Liliia Kis-Korkishchenko, Halyna Cherevatenko, Dmytro Smitskov. Measuring system of dynamics and energy of mobile machines: monograph. – Katowice:Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, 2024. – 150 p.

15. Shior, M. M., Agbata, B. C., Gbor, G. D., Ezugorie, I. U., & Topman, N. N. (2024). Solution of First Order Ordinary Differential Equations Using Fourth Order Runge-Kutta Method with MATLAB. *International Journal of Mathematics and Statistics Studies*, 12(1), 54–63. <https://doi.org/10.37745/ijmss.13/vol12n15463>.

## References

1. Adamchuk, V., Bulgakov, V., Nadykto, V., Trohaniak, O., & Chorna, T. (2023). Theoretical study of the stability of asymmetric movement sowing machine-tractor aggregate. *Visnyk Agrarnoi Nauky*, 101(5), 57–64. <https://doi.org/10.31073/agrovisnyk202305-08>.

2. Parihar, N. S., Sharma, S., & Khar, S. (2024). Factors Affecting the Performance of a Potato Digger – A Review. *Potato Research*, 67(4), 1563–1580. <https://doi.org/10.1007/s11540-024-09704-5>.

3. Han, J., Yan, X., & Tang, H. (2023). Method of controlling tillage depth for agricultural tractors considering engine load characteristics. *Biosystems Engineering*, 227, 95–106. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2023.01.011>

4. Sun, J., Zhang, Y., Zhang, Y., Li, P., & Teng, G. (2022). Precision Seeding Compensation and Positioning Based on Multisensors. *Sensors*, 22(19), 7228. <https://doi.org/10.3390/s22197228>.

5. Startcev, A., Romanov, S., & Vagina, O. (2021). Research into the Course Stability of a Four-Wheel Drive Wheeled Machine–Tractor Unit. In *Lecture Notes in Mechanical Engineering* (pp. 607–614). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-54814-8\\_70](https://doi.org/10.1007/978-3-030-54814-8_70).

6. Babaei Robot, A., Arezoo, K., Alipour, K., & Tarvirdizadeh, B. (2024). Dynamics modeling and path following controller of tractor-trailer-wheeled robots considering wheels slip. *ISA Transactions*, 148, 45–63. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2024.03.004>.

7. Li, X., Xu, L., Liu, M., Yan, X., & Zhang, M. (2024). Research on torque cooperative control of distributed drive system for fuel cell electric tractor. *Computers and Electronics in Agriculture*, 219, 108811. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2024.108811>.

8. Prasanna Kumar, G. V., Srivastava, B., & Nagesh, D. S. (2009). Modeling and optimization of parameters of flow rate of paddy rice grains through the horizontal rotating cylindrical drum of drum seeder. *Computers and Electronics in Agriculture*, 65(1), 26–35. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2008.07.006>.
9. Wang, L., Zhu, J., Liu, F., He, Z., Lai, Q., Zhu, Z., Song, Z., & Li, Z. (2024). Algorithm and scale experiment of gyro-based tractor rollover control towards hilly farmland application. *Computers and Electronics in Agriculture*, 220, 108925. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2024.108925>.
10. Antoshchenkov R. V., Cherevatenko G. I., Zadorozhny V. P., Svitlychny O. V., Kuskov M. A. Research on the dynamics of an all-wheel drive traction and transport vehicle. *Ukrainian Journal of Applied Economics and Technology*, 2023. Vol. 7. No. 3. Pp. 125–135.
11. Antoshchenkov, R., Halych, I., Nikiforov, A., Cherevatenko, H., Chyzhykov, I., Sushko, S., Ponomarenko, N., Diundi, S., Tsebriuk, I. Determining the influence of geometric parameters of the traction-transportation vehicle's frame on its tractive capacity and energy indicators. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2022. 2 (7-116), pp. 60-61. DOI: 10.15587/1729-4061.2022.254688. (Scopus)
12. Volodymyr Bulgakov, Roman Antoshchenkov, Valerii Adamchuk, Ivan Halych, Yevhen Ihnatiev, Ivan Beloev, Semjons Ivanovs. Investigation of the tractor performance when ballasting its rear half-frame. *INMATEH –Agricultural Engineering*, 2022. Vol. 68. No. 3. PP. 533–542.
13. ten Damme, L., Schjønning, P., J. Munkholm, L., Green, O., K. Nielsen, S., & Lamandé, M. (2021). Traction and repeated wheeling – effects on contact area characteristics and stresses in the upper subsoil. *Soil and Tillage Research*, 211, 105020. <https://doi.org/10.1016/j.still.2021.105020>.
14. Roman Antoshchenkov, Ivan Halych, Viktor Antoshchenkov, Anton Nykyforov, Liliia Kis-Korkishchenko, Halyna Cherevatenko, Dmytro Smitskov. Measuring system of dynamics and energy of mobile machines: monograph. – Katowice:Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, 2024. – 150 p.
15. Shior, M. M., Agbata, B. C., Gbor, G. D., Ezugorie, I. U., & Topman, N. N. (2024). Solution of First Order Ordinary Differential Equations Using Fourth Order Runge-Kutta Method with MATLAB. *International Journal of Mathematics and Statistics Studies*, 12(1), 54–63. <https://doi.org/10.37745/ijmss.13/vol12n15463>.