

Задорожний В. П.  
ORCID 0000-0002-1013-2715  
E-mail: Terrados@meta.ua  
Державний біотехнологічний  
університет, м. Харків, Україна

ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ  
ТРАНСМІСІЇ КОЛІСНОГО ТРАКТОРА  
ПРАЦЮЮЧОГО У СКЛАДІ  
ГРУНТООБРОБНОГО АГРЕГАТУ

DOI <https://doi.org/10.31359/2311.441X.2026.28.96>

УДК 631.3.06-752

*Задорожний В. П. До дослідження динаміки трансмісії колісного трактора працюючого у складі ґрунтообробного агрегату*

**Анотація.** Визначено, що дослідження динаміки трансмісії колісного трактора, що працює у складі ґрунтообробного агрегату, є ключовим для підвищення ефективності, надійності та довговічності сільськогосподарської техніки. Це комплексне завдання, яке охоплює аналіз взаємодії трактора з ґрунтом, динамічних навантажень на трансмісію, а також оптимізацію систем перемикання передач та управління. Встановлено, що ефективність ґрунтообробних агрегатів значною мірою залежить від взаємодії робочих органів з ґрунтом та тягових характеристик трактора. Встановлено, що дослідження динаміки трансмісії повнопривідного колісного трактора працюючого у складі ґрунтообробного МТА потребує складання відповідної динамічної та математичної моделі. Використовуючи методи формування рівнянь динаміки трансмісії трактора складено відповідні динамічну та математичну моделі трансмісії трактора. Математичну модель динаміки повнопривідного колісного трактора, що працює у складі ґрунтообробного агрегату досліджено на прикладі колісного трактора ХТЗ-17021 та культиватора КПС-4,2. Встановлено залежності швидкостей обертання елементів трансмісії та коліс повнопривідного колісного трактора від часу. Визначено залежності моментів, що діють на елементи трансмісії та крутні моменти коліс повнопривідного колісного трактора від часу. Розраховано залежності дотичних сил тяги та опору руху коліс повнопривідного колісного трактора від часу. Кутові швидкості  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  та  $\omega_3$  мають виражений перехідний процес на початковому етапі ( $t < 1$  с). Після короткочасного перехідного процесу система виходить на усталений режим роботи при  $\omega_1 \approx 275$  рад/с,  $\omega_2 \approx 275$  рад/с та  $\omega_3 \approx 40$  рад/с. Після завершення перехідного процесу крутні моменти коліс трактора стабілізуються на рівні  $M_{k11} \approx M_{k12} \approx 1,8 \cdot 10^4$  Н·м та  $M_{k21} \approx M_{k22} \approx 1,1 \cdot 10^4$  Н·м. У початковий момент часу спостерігається короткочасний різкий імпульс (пікове значення) дотичних сил тяги та опору руху коліс повнопривідного колісного трактора, після чого всі криві швидко затухають (на рівні  $P_{k11} \approx P_{k12} \approx 0,73 \cdot 10^4$  Н та  $P_{k21} \approx P_{k22} \approx 0,45 \cdot 10^4$  Н).

**Ключові слова:** динаміка, трансмісія, математична модель, момент, сила, ґрунтообробний, машинно-тракторний агрегат.

*Zadorozhny V. P. To the study of the dynamics of the transmission of a wheeled tractor operating as part of a soil tillage unit*

**Abstract.** It has been determined that the study of the dynamics of the transmission of a wheeled tractor operating as part of a tillage unit is key to improving the efficiency, reliability and durability of agricultural machinery. This is a complex task that includes the analysis of the interaction of the tractor with the soil, dynamic loads on the transmission, as well as the optimization of gear shifting and control systems. It has been established that the efficiency of tillage units largely depends on the interaction of working bodies with soil and traction characteristics of the tractor. It has been established that the study of the dynamics of the transmission dynamics of an all-wheel drive wheeled tractor operating as part of a tillage MTA

*requires the compilation of an appropriate dynamic and mathematical model. Using the methods of forming the equations of the dynamics of the tractor transmission, the corresponding dynamic and mathematical models of the tractor transmission were compiled. A mathematical model of the dynamics of an all-wheel drive wheeled tractor operating as part of a tillage unit was studied on the example of a wheeled tractor KhTZ-17021 and a cultivator KPS-4.2. The dependencies of the rotation speeds of the transmission elements and wheels of an all-wheel drive wheeled tractor on time have been established. The dependencies of the moments acting on the transmission elements and the torques of the wheels of an all-wheel drive wheeled tractor on time have been determined. The dependence of the tangential traction forces and the resistance of the wheels of the wheels of an all-wheel drive wheeled tractor on time has been calculated. The angular velocities  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  and  $\omega_3$  have a pronounced transient process at the initial stage ( $t < 1$  s). After a short-term transient, the system enters a steady state of operation at  $\omega_1 \approx 275$  rad/s,  $\omega_2 \approx 275$  rad/s and  $\omega_3 \approx 40$  rad/s. After the completion of the transient, the torques of the tractor wheels stabilize at the level of  $M_{k11} \approx M_{k12} \approx 1.8 \cdot 10^4$  N·m and  $M_{k21} \approx M_{k22} \approx 1.1 \cdot 10^4$  N·m. At the initial moment of time, there is a short-term sharp impulse (peak value) of the tangential forces of traction and resistance of the wheels of an all-wheel drive wheeled tractor, after which all curves quickly fade away (at the level of  $P_{k11} \approx P_{k12} \approx 0.73 \cdot 10^4$  N and  $P_{k21} \approx P_{k22} \approx 0.45 \cdot 10^4$  N).*

**Keywords:** dynamics, transmission, mathematical model, moment, force, tillage, machine-tractor unit.

### Актуальність проблеми

Дослідження динаміки трансмісії колісного трактора, що працює у складі ґрунтообробного агрегату, є ключовим для підвищення ефективності, надійності та довговічності сільськогосподарської техніки. Це комплексне завдання, яке охоплює аналіз взаємодії трактора з ґрунтом, динамічних навантажень на трансмісію, а також оптимізацію систем перемикання передач та управління [1–3].

Встановлено, що ефективність ґрунтообробних агрегатів значною мірою залежить від взаємодії робочих органів з ґрунтом та тягових характеристик трактора [3, 4]. Однак, під час ґрунтообробних робіт трансмісія трактора зазнає значних і змінних навантажень, які можуть призвести до зносу та пошкоджень [1, 2].

Визначено, що тяговий опір ґрунтообробних знарядь залежить від багатьох факторів, включаючи індекс конуса ґрунту, глибину обробітку та робочу швидкість [5]. Ці змінні параметри впливають на навантаження, що передається на трансмісію трактора. Машинне навчання може бути використане для прогнозування тягового опору відвальних плугів у супіщаному ґрунті, що дозволяє оптимізувати налаштування обладнання [5].

Буксування коліс є значною проблемою в сільському господарстві, що призводить до втрати енергії та підвищеного споживання палива [6–8]. Надмірне буксування коліс знижує тягову ефективність і збільшує навантаження на компоненти трансмісії [7]. Розробка автоматичних систем контролю буксування, наприклад, на основі нечіткої логіки, що регулюють глибину обробітку залежно від рівня буксування, може значно покращити ефективність [6]. Штучні нейронні мережі (ШНМ) та множинна лінійна регресія (МЛР) також можуть ефективно прогнозувати буксування заднього колеса трактора в режимі 2WD під час оранки, забезпечуючи точний моніторинг для оперативного коригування [8].

Параметри передавального числа трансмісії є вирішальними факторами, що впливають на потужність, економічність та комфорт транспортного засобу [9]. Метод оптимізації передавальних чисел, заснований на коефіцієнті використання швидкості життєвого циклу, враховує складні умови роботи сільськогосподарських тракторів та

різні робочі режими для забезпечення оптимального поєднання потужності, економічності та комфорту [9].

Чисті електричні трактори, такі як ті, що оснащені колісним приводом, пропонують значні переваги у зниженні викидів та підвищенні тягової ефективності. Для таких систем застосовується метод спільного управління, що враховує швидкість руху та буксування для активного розподілу крутного моменту між колесами, що дозволяє знизити споживання енергії під час оранки [7].

Розробка оптимальних графіків перемикання передач є фундаментальною для всіх типів трансмісій. Ці графіки повинні враховувати швидкість трактора, навантаження на двигун, умови ґрунту та бажану продуктивність. Для гібридних систем графіки можуть також інтегрувати управління енергією, оптимізуючи розподіл потужності між різними джерелами [10]. З огляду на мінливість умов ґрунту та робочих завдань, адаптивні стратегії перемикання передач, які можуть динамічно змінюватися, є дуже цінними. Системи моніторингу в реальному часі, що вимірюють навантаження на двигун, тягове зусилля та швидкість руху, дозволяють адаптувати стратегії перемикання передач до конкретних умов ґрунту та знаряддя [11].

Таким чином, комплексний підхід до дослідження динаміки трансмісії, що включає аналіз взаємодії з ґрунтом, оптимізацію стратегій перемикання передач для різних типів трансмісій, а також моніторинг та оцінку терміну служби компонентів, є необхідним для підвищення ефективності та стійкості сільськогосподарських операцій [1–11].

### **Формулювання мети дослідження**

Метою дослідження є обґрунтування методу дослідження динаміки трансмісії колісного трактора працюючого у складі ґрунтообробного агрегату через складання математичної та динамічної моделі.

### **Результати досліджень**

#### **1 Аналітичний вираз для оцінки показника якості сепарації насіння**

Колісні трактори серії ХТЗ-170 виробництва ПАТ «Харківський тракторний завод», м. Харків (Україна) широко застосовуються в сільському господарстві з огляду на низку техніко-експлуатаційних, економічних та організаційних переваг. Трактори серії ХТЗ-170 мають достатню тягову потужність для виконання широкого спектра агротехнічних робіт: оранка, культивування, сівба, обробіток ґрунту та транспортні роботи із причепами й причіпним інструментом. Колісна формула цих тракторів забезпечує крашу швидкість переміщення по дорогах та між полями порівняно з гусеничними машинами, що важливо для роботи на розосереджених земельних масивах.

На рис. 1 наведено загальний вигляд ґрунтообробного агрегату у складі колісного трактора ХТЗ-17021 та культиватора КПС-4,2.

Культиватор КПС-4,2 є широко застосовуваним ґрунтообробним знаряддям у складі МТА для суцільного обробітку ґрунту під посів. Його конструктивні та технологічні рішення забезпечують підвищення ефективності обробітку та зниження енергетичних і трудових витрат за рахунок раціональної схеми роботи робочих органів.

Підвищення тягового-енергетичних показників ґрунтообробного агрегату у складі колісного трактора та культиватора для суцільного обробітку ґрунту можна досягнути оптимізацією передавальних чисел трансмісії та розробкою системи автоматичного перемикання передач.



Рис. 1. Загальний вигляд ґрунтообробного агрегату у складі колісного трактора ХТЗ-17021 та культиватора КПС-4,2

### 1 Математичне моделювання динаміки трансмісії повнопривідного колісного трактора працюючого у складі ґрунтообробного машинно-тракторного агрегату.

Дослідження динаміки трансмісії повнопривідного колісного трактора працюючого у складі ґрунтообробного МТА потребує складання відповідної динамічної та математичної моделі [12–16]. Використовуючи методи формування рівнянь динаміки трансмісії трактора складено відповідні динамічну та математичну моделі трансмісії трактора (рис. 2).

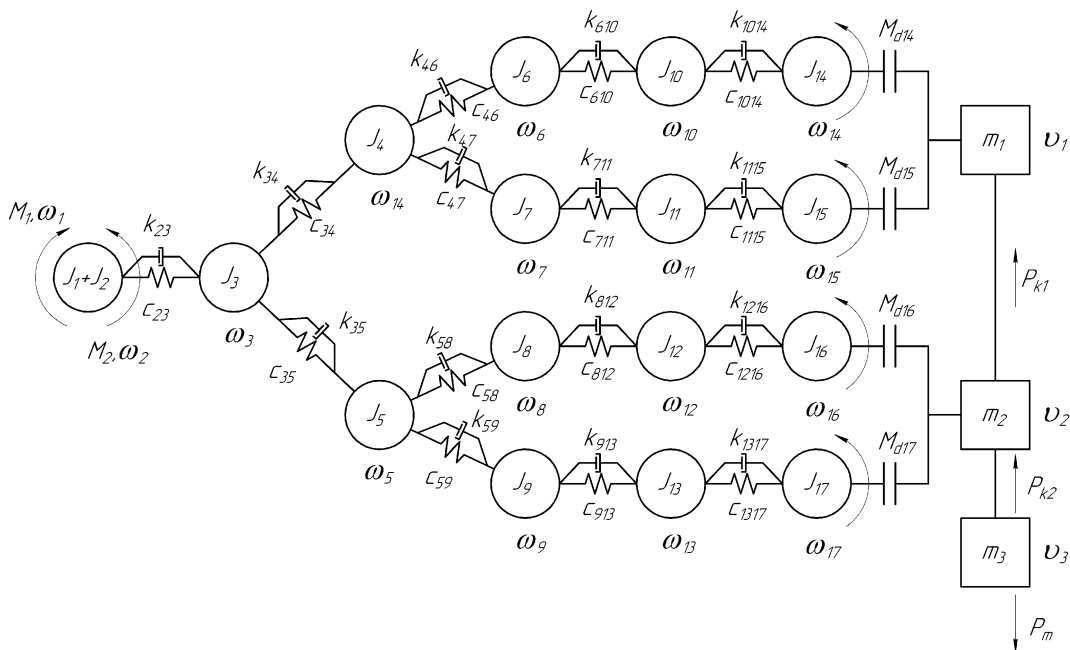


Рис. 2. Динамічна модель повнопривідного колісного трактора працюючого у складі ґрунтообробного агрегату

Динамічна модель колісного трактора з колісною формулою 4x4 характеризується наступними параметрами (рис. 2):  $J_1$  – приведений момент інерції двигуна;  $J_2$  – приведений момент інерції муфти зчеплення;  $J_3$  – момент інерції елементів загальної частини трансмісії трактора;  $J_4, J_5$  – моменти інерції обертових частин приводів передніх і задніх ведучих коліс трактора;  $J_6, J_7, J_8$  та  $J_9$  – моменти інерції бортових

редукторів передніх і задніх ведучих коліс трактора;  $J_{10}, J_{11}, J_{12}$  і  $J_{13}$  – моменти інерції дисків передніх і задніх ведучих коліс трактора;  $J_{14}, J_{15}, J_{16}$  і  $J_{17}$  – моменти інерції шин передніх і задніх ведучих коліс трактора;  $m_1, m_2$  – маси першої та другої піврами трактора;  $M_1$  – ефективний крутний момент ДВЗ;  $M_2$  – момент опору на маховику ДВЗ;  $M_{d14}, M_{d15}, M_{d16}$  та  $M_{d17}$  – моменти зсувних сил взаємодії переднього правого, переднього лівого, заднього правого та заднього лівого коліс трактора;  $P_{k1}, P_{k2}$  – тягове зусилля першої та другої піврами трактора;  $v_1, v_2$  – поступальна швидкість руху першої та другої піврами трактора;  $\omega_1$  – швидкість обертання колінчатого валу ДВЗ;  $\omega_2$  – швидкість обертання веденого диску муфти зчеплення;  $\omega_3$  – швидкість обертання первинного валу КПП трактора;  $\omega_4, \omega_5$  – швидкість обертання переднього та заднього карданів трактора;  $\omega_6, \omega_7, \omega_8, \omega_9$  – швидкість обертання передньої лівої, передньої правої, задньої лівої та задньої правої напівосей трактора;  $\omega_{10}, \omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{13}$  – швидкість обертання передньої лівої, передньої правої, задньої лівої та задньої правої бортової передачі трактора;  $\omega_{14}, \omega_{15}, \omega_{16}, \omega_{17}$  – швидкість обертання переднього лівого, переднього правого, заднього лівого та заднього правого колеса трактора;  $c_{23}, k_{23}$  – кутова жорсткість та коефіцієнт демпфування загальної частини трансмісії;  $c_{34}, c_{35}, k_{34}, k_{35}$  – кутова жорсткість та коефіцієнт демпфування кардану передньої та задньої піврами трактора;  $c_{46}, k_{46}, c_{47}, k_{47}, c_{58}, k_{58}, c_{59}, k_{59}$  – окружна жорсткість і коефіцієнт демпфування напівосей приводу передніх і задніх ведучих коліс трактора;  $c_{1014}, k_{1014}, c_{1115}, k_{1115}, c_{1216}, k_{1216}, c_{1317}, k_{1317}$  – окружна жорсткість і коефіцієнт демпфування шин передніх і задніх ведучих коліс трактора;  $m_3$  – маса сільськогосподарської машини (культиватора);  $P_m$  – тяговий опір ґрунтообробної сільськогосподарської машини (культиватора);  $\dot{v}_3$  – швидкість руху сільськогосподарської машини (культиватора).

Дана динамічна багатомасова модель трансмісії ґрунтообробного МТА на базі трактора з технологічним модулем (культиватором) дає можливість оцінити динамічні та енергетичні показники з урахуванням пружних властивостей і демпфуючих елементів трансмісії, ведучих коліс трактора тощо.

Маса, що імітує обертові маси двигуна з моментом інерції  $J_1$ , поєднується з масою обертових частин ведучої частини зчеплення з моментом інерції  $J_2$ .

Двигун, як регульований об'єкт, може мати стаціонарний і нестаціонарний режими роботи. Порушення усталеного стану роботи двигуна може відбуватися як в результаті зміни крутного моменту двигуна, так і в результаті зміни крутного моменту опору [14, 16]. Диференціальне рівняння руху колінчастого валу ДВЗ побудовано на основі принципу д'Аламбера:

$$J_d \dot{\omega}_1 = M_1 - M_2, \quad (1)$$

де  $J_d = J_1 + J_2$  – момент інерції, що дорівнює сумі моменту інерції  $J_1$  обертових деталей двигуна, приведених до колінчатого валу та моменту інерції  $J_2$  обертових частин ведучої частини зчеплення.

Для трактора з механічною трансмісією при відсутності буксування муфти зчеплення при сталому русі:

$$\omega_1 = \omega_2,$$

де  $\omega_2$  – кутова швидкість веденої частини зчеплення.

Для наближення функціональної залежності  $M_d = f(\omega_1, h)$  застосовано наближення многочленом другого порядку до регресії вигляду [14]:

$$M_1 = a_{d0} + a_{d1}\omega_1 + a_{d2}\omega_1^2 + a_{d3}h + a_{d4}h^2, \quad (2)$$

де  $h$  – положення рейки подачі палива.

Для опису залежності положення рейки подачі палива в залежності від кутової швидкості колінчастого вала ДВЗ скористаємося диференціальним рівнянням механічного регулятора ПНВТ в повних координатах:

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} + N \frac{dh}{dt} + E = A_u \omega_p^2, \quad (3)$$

де  $\omega_p$  – кутова швидкість регулятора;  
 $m$  – маса рухомих частин регулятора і паливного насоса;  
 $E$  – відновлююча сила регулятора;  
 $N$  – коефіцієнт, що враховує сили тертя рідини або демпфування;  
 $A$  – коефіцієнт інерції.

Для деталізації виразу (3) використовуємо функціональні залежності:

$$\begin{aligned} E &= E_{pez} = E_p + c_p h \text{ при } h \geq h_{ном}; \\ E &= E_{кор} = E_k + c_k h \text{ при } h < h_{ном}; \\ A_u &= A_{u0} + c_a h, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $E_p, E_k$  – коефіцієнти, що характеризують натяг пружин регулятора і коректора ПНВТ;

$c_p, c_k$  – коефіцієнти, що виражають залежність відновлюючої сили від положення дозуючого органу відповідно в регулюючій та коректорній гілках характеристик регулятора ПНВТ;

$c_a$  – коефіцієнт, що виражає залежність інерційного коефіцієнта від зміщення дозуючого органу ПНВТ;

$A_{u0}$  – коефіцієнт інерції, що відповідає нульовому положенню дозуючого органу ПНВТ.

Динаміка елементів загальної частини трансмісії описується такими рівняннями:

$$\begin{cases} J_3 \ddot{\varphi}_3 = c_{23} (\varphi_3 - \varphi_2) + k_{23} (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2) - c_{34} (\varphi_4 - \varphi_3) - k_{34} (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3) - \\ - c_{35} (\varphi_5 - \varphi_3) - k_{35} (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_3); \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 = c_{34} (\varphi_4 - \varphi_3) + k_{34} (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3) - c_{46} (\varphi_6 - \varphi_4) - k_{46} (\dot{\varphi}_6 - \dot{\varphi}_4) - \\ - c_{47} (\varphi_7 - \varphi_4) - k_{47} (\dot{\varphi}_7 - \dot{\varphi}_4); \\ J_5 \ddot{\varphi}_5 = c_{35} (\varphi_5 - \varphi_3) + k_{35} (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_3) - c_{85} (\varphi_8 - \varphi_5) - k_{85} (\dot{\varphi}_8 - \dot{\varphi}_5) - \\ - c_{95} (\varphi_9 - \varphi_5) - k_{95} (\dot{\varphi}_9 - \dot{\varphi}_5). \end{cases} \quad (5)$$

Рівняння руху елементів бортових редукторів передніх і задніх ведучих коліс трактора мають такий вигляд:

$$\begin{cases} J_6 \ddot{\varphi}_6 = c_{46} (\varphi_6 - \varphi_4) + k_{46} (\dot{\varphi}_6 - \dot{\varphi}_4) - c_{610} (\varphi_{10} - \varphi_6) - k_{610} (\dot{\varphi}_{10} - \dot{\varphi}_6); \\ J_7 \ddot{\varphi}_7 = c_{47} (\varphi_7 - \varphi_4) + k_{47} (\dot{\varphi}_7 - \dot{\varphi}_4) - c_{711} (\varphi_{11} - \varphi_7) - k_{711} (\dot{\varphi}_{11} - \dot{\varphi}_7); \\ J_8 \ddot{\varphi}_8 = c_{48} (\varphi_8 - \varphi_4) + k_{48} (\dot{\varphi}_8 - \dot{\varphi}_4) - c_{812} (\varphi_{12} - \varphi_8) - k_{812} (\dot{\varphi}_{12} - \dot{\varphi}_8); \\ J_9 \ddot{\varphi}_9 = c_{49} (\varphi_9 - \varphi_4) + k_{49} (\dot{\varphi}_9 - \dot{\varphi}_4) - c_{913} (\varphi_{13} - \varphi_9) - k_{913} (\dot{\varphi}_{13} - \dot{\varphi}_9). \end{cases} \quad (6)$$

Розглянемо зв'язок, що враховує рух ведучих коліс трактора (рис. 2). При роботі ведучого колеса в режимі руху під впливом ваги трактора, реакції ґрунту та

прикладеного крутного моменту шина ведучого колеса відчуває радіальні, поздовжні і окружні деформації і згладжує нерівномірність сил опору робочої поверхні (коливань нерівностей ґрунту) [13, 14].

Динаміка ведучих коліс трактора описується наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} J_{10}\ddot{\varphi}_{10} = c_{610}(\varphi_{10} - \varphi_6) + k_{610}(\dot{\varphi}_{10} - \dot{\varphi}_6) - c_{1014}(\varphi_{14} - \varphi_{10}) - k_{1014}(\dot{\varphi}_{14} - \dot{\varphi}_{10}); \\ J_{11}\ddot{\varphi}_{11} = c_{711}(\varphi_{11} - \varphi_7) + k_{711}(\dot{\varphi}_{11} - \dot{\varphi}_7) - c_{1115}(\varphi_{115} - \varphi_{11}) - k_{1115}(\dot{\varphi}_{15} - \dot{\varphi}_{11}); \\ J_{12}\ddot{\varphi}_{12} = c_{812}(\varphi_{12} - \varphi_8) + k_{812}(\dot{\varphi}_{12} - \dot{\varphi}_8) - c_{1216}(\varphi_{16} - \varphi_{12}) - k_{1216}(\dot{\varphi}_{16} - \dot{\varphi}_{12}); \\ J_{13}\ddot{\varphi}_{13} = c_{913}(\varphi_{13} - \varphi_9) + k_{913}(\dot{\varphi}_{13} - \dot{\varphi}_9) - c_{1317}(\varphi_{17} - \varphi_{13}) - k_{1317}(\dot{\varphi}_{17} - \dot{\varphi}_{13}); \\ J_{14}\ddot{\varphi}_{14} = c_{1014}(\varphi_{10} - \varphi_{14}) + k_{1014}(\dot{\varphi}_7 - \dot{\varphi}_{10}) - M_{d11}; \\ J_{15}\ddot{\varphi}_{15} = c_{1115}(\varphi_{11} - \varphi_{15}) + k_{1014}(\dot{\varphi}_{11} - \dot{\varphi}_{15}) - M_{d12}; \\ J_{16}\ddot{\varphi}_{16} = c_{1216}(\varphi_{12} - \varphi_{16}) + k_{1216}(\dot{\varphi}_{12} - \dot{\varphi}_{16}) - M_{d21}; \\ J_{17}\ddot{\varphi}_{17} = c_{1317}(\varphi_{13} - \varphi_{17}) + k_{1317}(\dot{\varphi}_{13} - \dot{\varphi}_{17}) - M_{d22}. \end{cases} \quad (7)$$

Моменти дотичних сил взаємодії передніх і задніх ведучих коліс трактора з ґрунтом можуть бути виражені через моменти, обумовлені пружністю і демпфуванням в шинах передніх і задніх ведучих коліс відповідно [17–19]:

$$\begin{cases} M_{d11} = (c_{1014}\lambda_{m11} + k_{1041}\dot{\lambda}_{m11} + a_{m11}r_{11}^{-1}R_{z11})r_{11}; \\ M_{d12} = (c_{1115}\lambda_{m12} + k_{1115}\dot{\lambda}_{m12} + a_{m12}r_{12}^{-1}R_{z12})r_{12}; \\ M_{d21} = (c_{1216}\lambda_{m21} + k_{1216}\dot{\lambda}_{m21} + a_{m21}r_{21}^{-1}R_{z21})r_{21}; \\ M_{d22} = (c_{1317}\lambda_{m22} + k_{1317}\dot{\lambda}_{m22} + a_{m22}r_{22}^{-1}R_{z22})r_{22}, \end{cases} \quad (8)$$

де  $a_{m11}, a_{m12}, a_{m21}, a_{m22}$  – зміщення вертикальних реакцій  $R_{z11}, R_{z11}, R_{z11}, R_{z11}$  щодо вертикальної осі переднього лівого та правого, заднього лівого та правого ведучих коліс трактора відповідно;

$\lambda_{m11}, \lambda_{m12}, \lambda_{m21}, \lambda_{m22}$  – поздовжня деформація шин переднього лівого та правого, заднього лівого та правого ведучих коліс трактора відповідно;

$r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$  – динамічні радіуси коліс трактора.

Рівняння руху піврам колісного трактора шарнірно-з'єднаної компоновки описується рівняннями:

$$m_1\dot{\upsilon}_1 = \frac{M_{k11}}{r_{k11}} + \frac{M_{k12}}{r_{k12}} - P_k \frac{m_1}{m_t}; \quad (9)$$

$$m_2\dot{\upsilon}_2 = \frac{M_{k21}}{r_{k21}} + \frac{M_{k22}}{r_{k22}} - P_k \frac{m_2}{m_t}, \quad (10)$$

де  $m_t$  – маса трактора.

Швидкість руху першої та другої піврами трактора залежить від динамічних радіусів ведучих коліс та знаходяться з виразу:

$$\upsilon_1 = 0,5(\omega_{k11}r_{k11} - \dot{\lambda}_{m11} - \delta_{k11}\lambda_{m11} + \omega_{k12}r_{k12} - \dot{\lambda}_{m12} - \delta_{k12}\lambda_{m12}); \quad (11)$$

$$\upsilon_2 = 0,5(\omega_{k21}r_{k21} - \dot{\lambda}_{m21} - \delta_{k21}\lambda_{m21} + \omega_{k22}r_{k22} - \dot{\lambda}_{m22} - \delta_{k22}\lambda_{m22}), \quad (12)$$

де  $\delta_{k11}, \delta_{k12}, \delta_{k21}, \delta_{k22}$  – коефіцієнти буксування ведучих коліс трактора.

Рівняння руху ґрунтообробної машини можна описано наступним виразом:

$$m_3 \dot{v}_3 = P_k - P_m, \quad (13)$$

де  $P_k = P_{k1} + P_{k2}$  – сила тяги, що створюється трактором;

У наведених вище рівняннях для зручності вирішення і аналізу записані узагальнені координати і швидкості без зведення до одного валу.

Таким чином, рух машинно-тракторного агрегату описується наведеними вище рівняннями і функціональними залежностями. Їх спільне рішення дозволить визначити показники продуктивності машинно-тракторного агрегату в реальних умовах експлуатації.

## 2 Результати теоретичних досліджень

Математичну модель динаміки повнопривідного колісного трактора (1)–(13), що працює у складі ґрунтообробного агрегату досліджено на прикладі колісного трактора ХТЗ-17021 та культиватора КПС-4,2. На рис. 3–5 наведено результати теоретичних досліджень.

Встановлено залежності швидкостей обертання елементів трансмісії та коліс повнопривідного колісного трактора від часу (рис. 3). Визначено залежності моментів, що діють на елементи трансмісії та крутні моменти коліс повнопривідного колісного трактора від часу (рис. 4). Розраховано залежності дотичних сил тяги та опору руху коліс повнопривідного колісного трактора від часу (рис. 5).

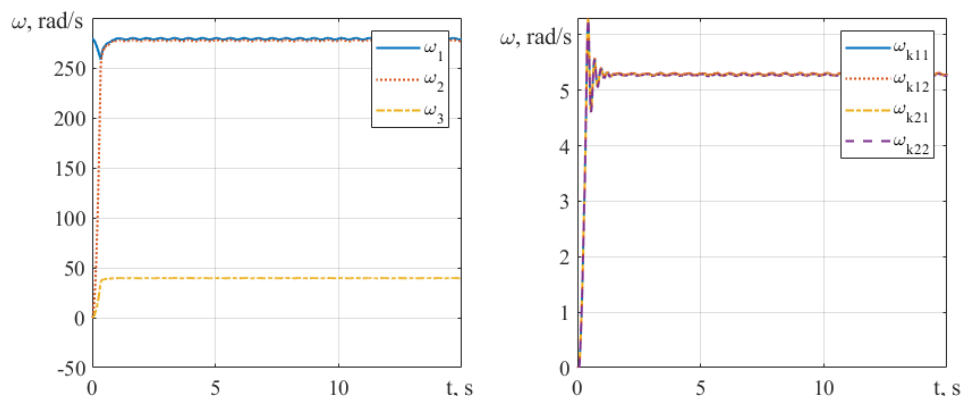


Рис. 3. Залежності швидкостей обертання елементів трансмісії та коліс повнопривідного колісного трактора від часу

Кутові швидкості  $\omega_1, \omega_2$  та  $\omega_3$  мають виражений перехідний процес на початковому етапі ( $t < 1$  с) (рис. 3). Після короткочасного перехідного процесу система виходить на усталений режим роботи при  $\omega_1 \approx 275$  рад/с,  $\omega_2 \approx 275$  рад/с та  $\omega_3 \approx 40$  рад/с. Кутові швидкості коліс трактора  $\omega_{k11}, \omega_{k12}, \omega_{k21}, \omega_{k22}$ , також демонструють короткий коливальний перехідний процес. Усталене значення швидкості становить приблизно  $\omega_k \approx 5,3$  рад/с.

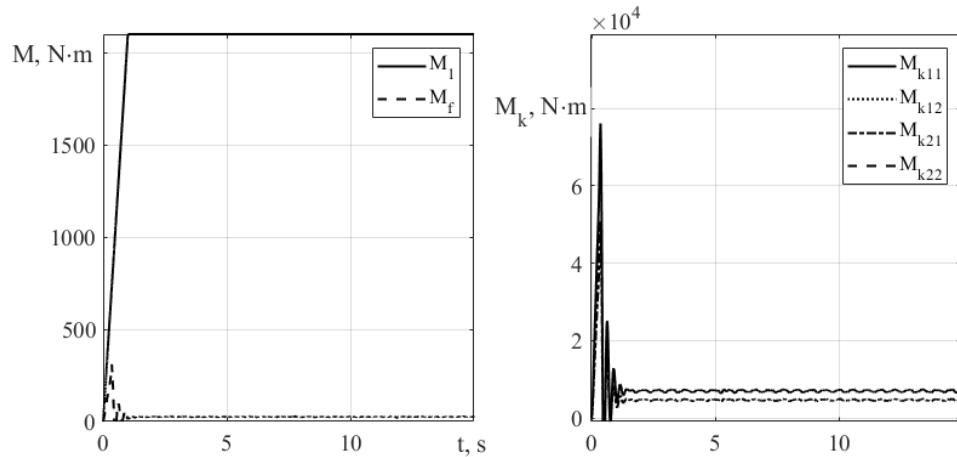


Рис. 4. Залежності моментів, що діють на елементи трансмісії та крутні моменти коліс повнопривідного колісного трактора від часу

Визначено, ефективний крутний момент ДВЗ –  $M_1$  та крутні моменти на колесах трактора  $M_{k11}$ ,  $M_{k12}$ ,  $M_{k21}$ ,  $M_{k22}$ . Момент  $M_1$  швидко зростає на початку процесу та досягає сталого значення приблизно  $1900\text{--}2000\text{ Н}\cdot\text{м}$ . Час встановлення становить менше  $1\text{ с}$ . (рис. 4). На початку процесу спостерігаються значні пікові значення моментів  $M_{k11}$ ,  $M_{k12}$ ,  $M_{k21}$ ,  $M_{k22}$  до  $7 \cdot 10^4\text{ Н}\cdot\text{м}$ . Ці піки мають короткочасний характер (менше  $1\text{ с}$ ). Після завершення перехідного процесу крутні моменти коліс трактора стабілізуються на рівні  $M_{k11} \approx M_{k12} \approx 1,8 \cdot 10^4\text{ Н}\cdot\text{м}$  та  $M_{k21} \approx M_{k22} \approx 1,1 \cdot 10^4\text{ Н}\cdot\text{м}$ .

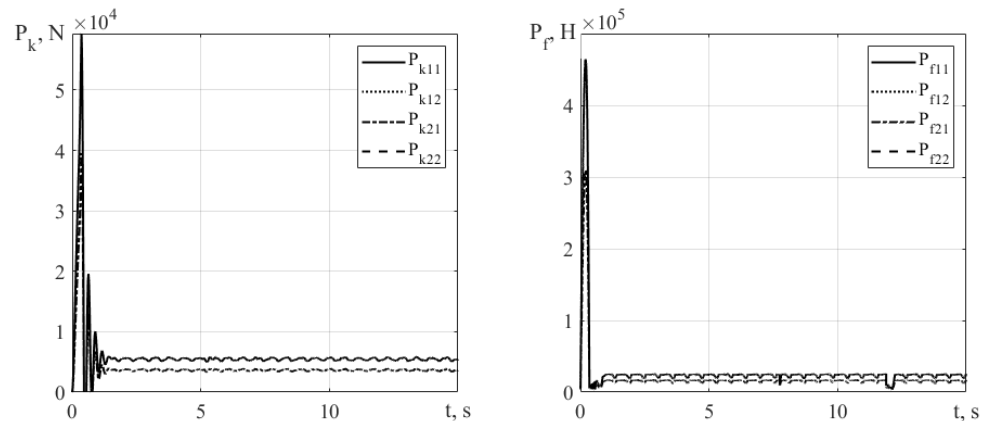


Рис. 5. Залежності дотичних сил тяги та опору руху коліс повнопривідного колісного трактора від часу

У початковий момент часу спостерігається короткочасний різкий імпульс (пікове значення) дотичних сил тяги та опору руху коліс повнопривідного колісного трактора, після чого всі криві швидко затухають (на рівні  $P_{k11} \approx P_{k12} \approx 0,73 \cdot 10^4$  та  $P_{k21} \approx P_{k22} \approx 0,45 \cdot 10^4$ ) (рис. 5).

### 3 Обговорення отриманих результатів

Встановлено, що дослідження динаміки трансмісії колісного трактора, що працює у складі ґрунтообробного агрегату, є ключовим для підвищення ефективності, надійності та довговічності сільськогосподарської техніки. Це комплексне завдання, яке охоплює аналіз взаємодії трактора з ґрунтом, динамічних навантажень на трансмісію, а також оптимізацію систем перемикання передач та управління. Розробка оптимальних режимів перемикання передач є фундаментальною для всіх типів трансмісій. Ці залежності повинні враховувати швидкість трактора, навантаження на двигун, умови ґрунту та

бажану продуктивність. Визначено, що комплексний підхід до дослідження динаміки трансмісії, що включає аналіз взаємодії з ґрунтом, оптимізацію стратегій перемикання передач для різних типів трансмісій, а також моніторинг та оцінку терміну служби компонентів, є необхідним для підвищення ефективності та стійкості сільськогосподарських операцій. Розроблена математичну модель динаміки повнопривідного колісного трактора, що працює у складі ґрунтообробного агрегату та досліджено на прикладі колісного трактора ХТЗ-17021 та культиватора КПС-4,2. Математичну модель (1)–(13) зручно застосовувати для оцінки динаміки як агрегату в цілому так і окремих елементів трансмісії трактора.

## Висновки

Встановлено, що дослідження динаміки трансмісії колісного трактора, що працює у складі ґрунтообробного агрегату, є ключовим для підвищення ефективності, надійності та довговічності сільськогосподарської техніки. Це комплексне завдання, яке охоплює аналіз взаємодії трактора з ґрунтом, динамічних навантажень на трансмісію, а також оптимізацію систем перемикання передач та управління. Розроблена математичну модель динаміки повнопривідного колісного трактора, що працює у складі ґрунтообробного агрегату та досліджено на прикладі колісного трактора ХТЗ-17021 та культиватора КПС-4,2.

Визначено кутові швидкості  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  та  $\omega_3$  мають виражений перехідний процес на початковому етапі ( $t < 1$  с). Після короткочасного перехідного процесу система виходить на усталений режим роботи при  $\omega_1 \approx 275$  рад/с,  $\omega_2 \approx 275$  рад/с та  $\omega_3 \approx 40$  рад/с. Кутові швидкості коліс трактора  $\omega_{k11}$ ,  $\omega_{k12}$ ,  $\omega_{k21}$ ,  $\omega_{k22}$ , також демонструють короткий коливальний перехідний процес. Усталене значення швидкості становить приблизно  $\omega_k \approx 5,3$  рад/с. Визначено, ефективний крутний момент ДВЗ –  $M_1$  та крутні моменти на колесах трактора  $M_{k11}$ ,  $M_{k12}$ ,  $M_{k21}$ ,  $M_{k22}$ . Момент  $M_1$  швидко зростає на початку процесу та досягає сталого значення приблизно 1900–2000 Н·м. Час встановлення становить менше 1 с. (рис. 4). На початку процесу спостерігаються значні пікові значення моментів  $M_{k11}$ ,  $M_{k12}$ ,  $M_{k21}$ ,  $M_{k22}$  до  $7 \cdot 10^4$  Н·м. Ці піки мають короткочасний характер (менше 1 с). Після завершення перехідного процесу крутні моменти коліс трактора стабілізуються на рівні  $M_{k11} \approx M_{k12} \approx 1,8 \cdot 10^4$  Н·м та  $M_{k21} \approx M_{k22} \approx 1,1 \cdot 10^4$  Н·м. У початковий момент часу спостерігається короткочасний різкий імпульс (пікове значення) дотичних сил тяги та опору руху коліс повнопривідного колісного трактора, після чого всі криві швидко затухають (на рівні  $P_{k11} \approx P_{k12} \approx 0,73 \cdot 10^4$  та  $P_{k21} \approx P_{k22} \approx 0,45 \cdot 10^4$ ).

## Список використаних джерел

1. Wen C.K., Ren W., Zhu Q.Z., Zhao C.J., Luo Z.H., Zhang S.L., et al. Reducing Operation Emissions and Improving Work Efficiency Using a Pure Electric Wheel Drive Tractor. *Engineering*, 2024. Jun, 37. PP. 230–45. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eng.2024.01.026>.
2. Jeon H.H., Baek S.Y., Baek S.M., Choi J.Y., Kim Y.S., Kim W.S., et al. Efficiency Analysis of Powertrain for Internal Combustion Engine and Hydrogen Fuel Cell Tractor According to Agricultural Operations. *Sensors*, 2024 Aug 24. Vol. 24(17). P. 5494. <http://dx.doi.org/10.3390/s24175494>.
3. Yan J., Kong Z., Liu Y., Li N., Yang X., Zhuang M. A high-resolution energy use efficiency assessment of China's staple food crop production and associated improvement potential. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2023.
4. Zheng L. Optimization of Agricultural Machinery Task Scheduling Algorithm Based on Multiobjective Optimization. Zhang W, editor. *Journal of Sensors*, 2022. Vol. 7(2022). PP. 1–12. <http://dx.doi.org/10.1155/2022/5800332>.
5. Li B., Pan J., Li Y., Ni K., Huang W., Jiang H., et al. Optimization Method of Speed

Ratio for Power-Shift Transmission of Agricultural Tractor. *Machines*, 2023. Vol. 29. 11(4). P. 438. <http://dx.doi.org/10.3390/machines11040438>.

6. Askari M, Abbaspour-Gilandeh Y, Taghinezhad E, Hegazy R, Okasha M. Prediction and optimizing the multiple responses of the overall energy efficiency (OEE) of a tractor-implement system using response surface methodology. *Journal of Terramechanics* [Internet]. 2022 Oct;103:11–7. Available from: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jterra.2022.06.003>

7. Al-Dosary N.M.N., Alnajjar F.M., Aboukarima A.E.W.M. Estimation of wheel slip in 2WD mode for an agricultural tractor during plowing operation using an artificial neural network. *Sci Rep*, 2023. Vol. 13(1). <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-023-32994-7>.

8. Zhu Z., Sheng J., Zhang H., Wang D., Chen L. Optimization and Analysis of Clutch Switching Timing for Hybrid Tractors Equipped with Hydraulic Mechanical Combined Transmission. *Applied Sciences*, 2024. Vol. 14(11). P. 4914. <http://dx.doi.org/10.3390/app14114914>.

9. Mahore V., Soni P., Paul A., Patidar P., Machavaram R. Machine learning-based draft prediction for mouldboard ploughing in sandy clay loam soil. *Journal of Terramechanics*, 2024. Vol. 111. PP. 31–40. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jterra.2023.09.002>.

10. Cheng J., Zheng K., Xia J., Liu G., Jiang L., Li D. Analysis of Adhesion between Wet Clay Soil and Rotary Tillage Part in Paddy Field Based on Discrete Element Method. *Processes*, 2021. Vol. 9(5). P. 845. <http://dx.doi.org/10.3390/pr9050845>.

11. Zhai S., Shi Y., Zhou J., Liu J., Huang D., Zou A., et al. Simulation Optimization and Experimental Study of the Working Performance of a Vertical Rotary Tiller Based on the Discrete Element Method. *Actuators*, 2022. Vol. 11(12). P. 342. <http://dx.doi.org/10.3390/act11120342>.

12. Roman Antoshchenkov, Ivan Halych, Viktor Antoshchenkov, Anton Nykyforov, Liliia Kis-Korkishchenko, Halyna Cherevatenko, Dmytro Smitskov. Measuring system of dynamics and energy of mobile machines: monograph. Katowice:Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, 2024. 150 p.

13. Антощенко Р. В., Галич І. В., Череватенко Г. І. Динаміка та енергетика руху машинно-тракторного агрегату з урахуванням профілю опорної поверхні: монографія. Харків: ДБТУ, 2024. 100 с.

14. Roman Antoshchenkov, Ivan Halych, Anton Nikiforov, Halyna Cherevatenko, Serhii Sheptun. Study of inter-wheel differential influence on dynamics of traction and transport machine. *Engineering for Rural Development*, 2025, 24. 234–241. DOI: 10.22616/ERDev.2025.24.TF046.

15. Volodymyr Bulgakov, Adolfs Rucins, Lucretia Popa, Roman Antoshchenkov, Mykyta Kuskov, Mariia Ruzhylo, Mykhailo Chernovol, Ivan Holovach, Oleksandra Trokhaniak. Experimental and theoretical study on straightness improvement in agricultural machinery movement. *INMATEH – Agricultural Engineering*, 2025. Vol. 76. No. 2. PP. 1268–1278. DOI: 10.35633/inmateh-76-106.

16. Антощенко Р. В., Череватенко Г. І., Антощенко В. М., Скляр О. Г., Скляр Р. В. Дослідження впливу між колісного диференціалу на динамічні та тягово-енергетичні показники повнопривідного чотирьох колісного трактора. *Український журнал прикладної економіки та техніки*, 2025. Том 10. № 2. С. 295–299. <https://doi.org/10.36887/2415-8453-2025-2-62>.

17. Antoshchenkov, R., Bogdanovich, S., Halych, I., Cherevatenko, H. Determination of dynamic and traction-energy indicators of all-wheel-drive traction-transport machine. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2023. 1 (7 (121)), 40–47. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.270988>.

18. R. Antoshchenkov, V. Antoshchenkova, V. Kis, D. Smitskov. Increasing accuracy of measuring functioning parameters of agricultural units. *Engineering for Rural Development*,

2023, 22. pp. 210–215. <https://doi.org/10.22616/ERDev.2023.22.TF040>.

19. Антощенко Р. В., Череватенко Г. І., Задорожний В. П., Світличний О. В., Кусков М. А. Дослідження динаміки повнопривідної тягово-транспортної машини. *Український журнал прикладної економіки та техніки*, 2023. Т. 8. № 4. С. 336 – 341.

## References

1. Wen C.K., Ren W., Zhu Q.Z., Zhao C.J., Luo Z.H., Zhang S.L., et al. Reducing Operation Emissions and Improving Work Efficiency Using a Pure Electric Wheel Drive Tractor. *Engineering*, 2024. Jun, 37. PP. 230–45. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eng.2024.01.026>.

2. Jeon H.H., Baek S.Y., Baek S.M., Choi J.Y., Kim Y.S., Kim W.S., et al. Efficiency Analysis of Powertrain for Internal Combustion Engine and Hydrogen Fuel Cell Tractor According to Agricultural Operations. *Sensors*, 2024 Aug 24. Vol. 24(17). P. 5494. <http://dx.doi.org/10.3390/s24175494>.

3. Yan J., Kong Z., Liu Y., Li N., Yang X., Zhuang M. A high-resolution energy use efficiency assessment of China's staple food crop production and associated improvement potential. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2023.

4. Zheng L. Optimization of Agricultural Machinery Task Scheduling Algorithm Based on Multiobjective Optimization. Zhang W, editor. *Journal of Sensors*, 2022. Vol. 7(2022). PP. 1–12. <http://dx.doi.org/10.1155/2022/5800332>.

5. Li B., Pan J., Li Y., Ni K., Huang W., Jiang H., et al. Optimization Method of Speed Ratio for Power-Shift Transmission of Agricultural Tractor. *Machines*, 2023. Vol. 29. 11(4). P. 438. <http://dx.doi.org/10.3390/machines11040438>.

6. Askari M, Abbaspour-Gilandeh Y, Taghinezhad E, Hegazy R, Okasha M. Prediction and optimizing the multiple responses of the overall energy efficiency (OEE) of a tractor-implement system using response surface methodology. *Journal of Terramechanics* [Internet]. 2022 Oct;103:11–7. Available from: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jterra.2022.06.003>

7. Al-Dosary N.M.N., Alnajjar F.M., Aboukarima A.E.W.M. Estimation of wheel slip in 2WD mode for an agricultural tractor during plowing operation using an artificial neural network. *Sci Rep*, 2023. Vol. 13(1). <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-023-32994-7>.

8. Zhu Z., Sheng J., Zhang H., Wang D., Chen L. Optimization and Analysis of Clutch Switching Timing for Hybrid Tractors Equipped with Hydraulic Mechanical Combined Transmission. *Applied Sciences*, 2024. Vol. 14(11). P. 4914. <http://dx.doi.org/10.3390/app14114914>.

9. Mahore V., Soni P., Paul A., Patidar P., Machavaram R. Machine learning-based draft prediction for mouldboard ploughing in sandy clay loam soil. *Journal of Terramechanics*, 2024. Vol. 111. PP. 31–40. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jterra.2023.09.002>.

10. Cheng J., Zheng K., Xia J., Liu G., Jiang L., Li D. Analysis of Adhesion between Wet Clay Soil and Rotary Tillage Part in Paddy Field Based on Discrete Element Method. *Processes*, 2021. Vol. 9(5). P. 845. <http://dx.doi.org/10.3390/pr9050845>.

11. Zhai S., Shi Y., Zhou J., Liu J., Huang D., Zou A., et al. Simulation Optimization and Experimental Study of the Working Performance of a Vertical Rotary Tiller Based on the Discrete Element Method. *Actuators*, 2022. Vol. 11(12). P. 342. <http://dx.doi.org/10.3390/act11120342>.

12. Roman Antoshchenkov, Ivan Halych, Viktor Antoshchenkov, Anton Nykyforov, Liliia Kis-Korkishchenko, Halyna Cherevatenko, Dmytro Smitskov. Measuring system of dynamics and energy of mobile machines: monograph. Katowice:Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, 2024. 150 p.

13. Antoshchenkov R. V., Galich I. V., Cherevatenko G. I. Dynamics and energetics of the movement of a machine-tractor unit taking into account the profile of the supporting surface: monograph. Kharkiv: DBTU, 2024. 100 p.

14. Roman Antoshchenkov, Ivan Halych, Anton Nikiforov, Halyna Cherevatenko, Serhii Sheptun. Study of inter-wheel differential influence on dynamics of traction and transport machine. *Engineering for Rural Development*, 2025, 24. 234–241. DOI: 10.22616/ERDev.2025.24.TF046.

15. Volodymyr Bulgakov, Adolfs Rucins, Lucretia Popa, Roman Antoshchenkov, Mykyta Kuskov, Mariia Ruzhylo, Mykhailo Chernovol, Ivan Holovach, Oleksandra Trokhaniak. Experimental and theoretical study on straightness improvement in agricultural machinery movement. *INMATEH – Agricultural Engineering*, 2025. Vol. 76. No. 2. PP. 1268–1278. DOI: 10.35633/inmateh-76-106.

16. Antoshchenkov R. V., Cherevatenko G. I., Antoshchenkov V. M., Sklyar O. G., Sklyar R. V. Research into the influence of the inter-wheel differential on the dynamic and traction-energy indicators of an all-wheel drive four-wheel tractor. *Ukrainian Journal of Applied Economics and Technology*, 2025. Vol. 10. No. 2. P. 295–299. <https://doi.org/10.36887/2415-8453-2025-2-62>.

17. Antoshchenkov, R., Bogdanovich, S., Halych, I., Cherevatenko, H. Determination of dynamic and traction-energy indicators of all-wheel-drive traction-transport machine. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2023. 1 (7 (121)), 40–47. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.270988>.

18. R. Antoshchenkov, V. Antoshchenkova, V. Kis, D. Smitskov. Increasing accuracy of measuring functioning parameters of agricultural units. *Engineering for Rural Development*, 2023, 22. pp. 210–215. <https://doi.org/10.22616/ERDev.2023.22.TF040>.

19. Antoshchenkov R. V., Cherevatenko G. I., Zadorozhnyi V. P., Svitlychnyi O. V., Kuskov M. A. Research on the dynamics of an all-wheel drive traction and transport vehicle. *Ukrainian Journal of Applied Economics and Technology*, 2023. Vol. 8. No. 4. P. 336 – 341.

Отримано: 08.04.2026. Прийнято: 20.04.2026. Опубліковано: 15.05.2026.