

Свіргун В. П.<sup>1</sup>

ORCID 0000-0001-5413-9428

Свіргун О. А.<sup>2</sup>

ORCID 0000-0001-6069-8269

E-mail:

dmolgal1963@btu.kharkov.ua

<sup>1</sup> Харківський національний автомобільно-дорожній університет, м. Харків, Україна

<sup>2</sup> Державний біотехнологічний університет, м. Харків, Україна

**ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ  
КРАНОМ МОСТОВОГО ТИПУ ЗА УМОВ  
ОБМЕЖЕННЯ ВІДХИЛЕННЯ ВАНТАЖУ В  
ПРОЦЕСІ РУХУ І ПОВНЕ УСУНЕННЯ  
ЙОГО КОЛИВАНЬ ПІСЛЯ ЗУПИНКИ  
КРАНУ В ЗАДАНІЙ ТОЧЦІ**

DOI <https://doi.org/10.31359/2311.441X.2026.28.139>

УДК 631.362

*Свіргун В. П., Свіргун О. А. Оптимальне керування краном мостового типу за умов обмеження відхилення вантажу в процесі руху і повне усунення його коливань після зупинки крану в заданій точці*

*Анотація.* В роботі наведено результати досліджень руху двомасової моделі «візок-вантаж», яка відповідає більшості кранів мостового типу. Під час руху візка природньо виникають коливання вантажу, які мають бути усунені після зупинки візка в заданій точці. Але найважливішою умовою є максимальне скорочення тривалості перевантажувального циклу. Тому критерієм оптимальності закону керування візком є максимальна швидкодійність. Саме такий критерій дозволить у подальшому, коли ці закони керування будуть реалізовані на реальному крані за допомогою мікропроцесорної техніки, досягти максимальної продуктивності, що актуально для перевантажувальних кранів, які використовуються на великих вантажних потоках. Під час дослідження встановлено, що для досягнення поставленої мети - максимальної продуктивності, на перехідних етапах мають бути застосовані максимальне прискорення або гальмування. При значній довжині канату це може призвести до недопустимої амплітуди коливань вантажу під час руху. Саме тому розглядається постановка задачі із обмеженням на максимальне відхилення вантажу при збереженні всіх інших критеріїв і обмежень. Принциповою відмінністю запропонованого підходу від відомих рішень є відмова від усунення коливань вантажу після розгону візка з тим, що має місце у багатьох роботах. Це робиться для того, щоб отримати однакову фазову картину перед початком гальмування в не залежності від пройденого візком шляху. Тільки це вже скорочує перевантажувальний цикл тому, що не треба гаяти час на усунення коливань вантажу при розгоні візка. Такий підхід значно ускладнює поставлену задачу через необхідність знаходити оптимальне рішення на кінцевій ділянці циклу (зупинка візка), коли початкові фазові координати будуть різні і залежать від відстані на яку має переміститися візок. Коливання вантажу відсутні тільки після зупинки візка. Застосування простої двомасової моделі крану дає можливість проведення аналітичних досліджень руху візка і вантажу. Використання більш складних розрахункових схем змушує застосовувати чисельні методи, що значно зменшує можливості аналізу. І це не дає жодних переваг, тому що досліджуються низькочастотні коливання вантажу, на які інші фактори, наприклад, процеси в приводі впливають не суттєво.

Важливо раціонально вибрати керуючий параметр. Їм може бути прискорення візка або рушійна сила. Вибір рушійної сили в якості керуючого параметру більш раціонально. Це дозволяє використовувати на деяких ділянках циклу кінетичну енергію вантажу при гальмуванні або прискоренні візка і виключає перевантажування приводу.

Дослідження показали, що процес розгону візка при дотримуванні зазначених обмежень виглядає так: вантаж двома короткими керуючими діями «розгін-гальмування» виводиться на максимально допустиме відхилення (позаду візка) і далі рухається прискорено разом з візком у відхиленому стані до досягнення візком сталої швидкості, далі, під час сталого руху, вантаж вільно коливається, а на ділянці зупинки візка, вантаж виводиться на максимально допустиме відхилення (попереду візка), починається гальмування вантажу і візка як одне ціле у відхиленому стані до певного значення і фінальна зупинка візка. Певною мірою ділянки розгону і гальмування візка схожі, але при розгоні вантаж утримується у відхиленому стані позаду візка, а на ділянці гальмування – попереду

**Ключові слова:** оптимальне керування, усунення коливань вантажу, точне позиціонування, кран, мікропроцесор, перевантажувальний цикл.

*Svirgun V. P., Svirgun. O. A. Optimal control of an overhead crane with a constraint on load deviation during motion and complete suppression of load oscillations after stopping at a prescribed point*

**Abstract.** This work presents the results of a study of the motion of a two mass “trolley–load” model representative of most overhead cranes. During trolley motion, load oscillations naturally arise and must be eliminated after the trolley stops at a prescribed position. The primary objective, however, is to minimize the duration of the handling cycle. Therefore, the optimality criterion for the trolley control law is maximum speed of operation. Such a criterion will enable, when these control laws are implemented on a real crane using microprocessor control, attainment of maximal throughput—an important requirement for handling cranes operating under high cargo flow.

The study shows that to achieve the objective of maximal throughput, maximum acceleration or braking must be applied during transient phases. For long hoist ropes this may produce unacceptable load oscillation amplitudes during motion. Consequently, the problem formulation considered here includes a constraint on the maximum allowable load deviation while preserving all other criteria and constraints. A principal distinction of the proposed approach from many known solutions is the deliberate omission of eliminating load oscillations immediately after the trolley acceleration phase. This omission is intended to produce a consistent phase state prior to the onset of braking, independent of the distance traveled by the trolley. Omitting oscillation suppression during acceleration shortens the handling cycle because time is not spent damping load oscillations during acceleration.

This approach complicates the problem substantially because the optimal control must be found on the terminal segment of the cycle (trolley stop), when the initial phase coordinates vary and depend on the travel distance. Load oscillations are absent only after the trolley comes to rest. Use of a simple two mass crane model enables analytical investigation of trolley and load motion. Employing more complex numerical models forces reliance on numerical methods, which significantly reduces analytical insight and offers no advantage here, since the studied phenomena are low frequency load oscillations that are not strongly affected by other factors (for example, drive dynamics).

It is important to choose the control variable rationally. The control input may be trolley acceleration or the driving force. Selecting the driving force as the control variable is more rational because it allows kinetic energy of the load to be utilized during braking or acceleration on certain cycle segments and prevents drive overload.

The analysis demonstrates that, under the stated constraints, the trolley acceleration process proceeds as follows: with two short control actions (“accelerate–brake”) the load is brought to the maximum allowable deflection behind the trolley and then moves together with the trolley in the deflected state under accelerated motion until the trolley reaches steady speed.

*During steady motion the load oscillates freely. On the trolley stopping segment the load is brought to the maximum allowable deflection ahead of the trolley; braking of the load and trolley as a single unit then begins in the deflected state down to a prescribed value, followed by the final trolley stop. The acceleration and braking segments are similar in structure, but during acceleration the load is held deflected behind the trolley, whereas during braking it is deflected ahead.*

**Keywords:** *optimal control, suppression of load oscillations, precise positioning, crane, microprocessor control, handling cycle.*

### **Постановка проблеми**

Відомо, що для підвищення продуктивності та ефективності перевантажувальних робіт треба використовувати сучасну мікропроцесорну техніку і переходити в автоматичний режим роботи [1-5]. Особливістю крана-перевантажувача є те, що наявність гнучкого підвісу вантажу призводить до виникнення значних його коливань, які недопустимі в момент завантаження або розвантаження. При ручному керуванні краном задача усунення коливань вантажу при зупинці крана покладена на оператора крана, який, керуючись своїм досвідом, шляхом зміни швидкості вантажного візка досягає цієї мети за декілька маніпуляцій швидкістю. Це вимагає значного напруження уваги і не дозволяє максимально швидко усунути коливання вантажу в заданій точці. Втома оператора від напруженої роботи може призвести до аварійних ситуацій. При переході на автоматичний режим роботи перш за все треба розробити такі закони керування, що дозволять здійснити перевантажувальний цикл у найкоротший термін з усуненням коливань вантажу і точним позиціонуванням. Потрібна ціла система датчиків, яка буде надавати повну інформацію про хід виконання операцій. Математичний аналіз руху кранового візка з вантажем, що на гнучкому канаті, показав необхідність використовувати максимальні прискорення на перехідних ділянках циклу, щоб досягти максимальної швидкодійності. Якщо довжина каната значна, то такий режим роботи однозначно призведе до сильного розгойдування вантажу під час руху візка, що може бути небезпечно і є сенс ввести ще одне обмеження - на максимальне відхилення вантажу від вертикальної осі. Це дещо збільшить тривалість перевантажувального циклу, але система буде більш керованою.

Розроблена програма синтезу оптимальних законів керування для будь-якого крана мостового типу. На виході ми отримуємо в розгортці за часом основні параметри (графіки) пересування і швидкість візка та вантажу. При подальшому програмуванні мікроконтролера логічно взяти один з цих параметрів, а саме, швидкість візка під час руху і зробити його управляючим. Інші параметри достатньо контролювати за допомогою датчиків. Сучасні мікропроцесорні системи здатні точно реалізувати переміщення будь якої матеріальної точки за заданим графіком швидкості і досягти поставленої мети – ефективного переходу в автоматичний режим роботи. Саме такий підхід дозволить досягти максимальної продуктивності крану, усунення фактору втоми кранівника, покращення безпеки перевантажувальних робіт тощо.

### **Формулювання мети досліджень**

Метою роботи є розробка ефективних законів керування вантажним візком крана мостового типу з усуненням коливань вантажу після зупинки крана і точним позиціонуванням при дотримуванні обмеження на максимальне відхилення вантажу під час руху.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Автоматизація кранів стала актуальною задачею з появою на ринку компактних мікропроцесорних приладів. Але застосування засобів автоматики на крані стикається з великим масивом проблем і перш за все це наявність гнучкого підвісу вантажу, що не дозволяє застосовувати прості алгоритми керування по причині виникнення значних коливань вантажу під час руху кранового візка або самого крану. Також можна зазначити як проблему це агресивне середовище для стабільної роботи електронних елементів, але для механіків головне що треба зробити для успішної роботи системи керування краном це ефективне усунення коливань вантажу в точці завантаження/розвантаження. Дослідники з багатьох країн запропонували різні способи вирішення цієї проблеми. Всі варіанти можна розкласти на декілька груп [6-19]:

- плавний розгін або гальмування візка завдяки сучасним регульованим приводам. При незначній довжині канату і на невеликих вантажних потоках це може бути достатнім для організації нормального перевантажувального процесу, але виробність крана не може бути високою;

- застосування різноманітних просторових конструкцій підвісу вантажу з демпфуючими елементами. Конструкції виходять складними та коштовними і майже не працюють на підвісах великої довжини;

- усунення коливань вантажу виключно засобами електроніки, використовуючи зворотній зв'язок з датчиками. Алгоритм керування доволі простий – в точці зупинки візок рухається слідом за вантажем і через декілька ітерацій вантаж заспокоюється. Це теж не швидкий спосіб і потребує додаткових маніпуляцій для точного позиціонування;

- усунення коливань вантажу змінюючи швидкість візка. Це найбільш популярний спосіб і зокрема оператор крану при ручному керуванні саме так і робить. Розроблено багато різноманітних алгоритмів зміни швидкості вантажу при яких не буде коливань вантажу після зупинки. Деякі з них вже реалізовані на практиці. Але у всіх них є одна вада – вони не дозволяють скоротити перевантажуваний цикл до мінімуму і програють досвідченому оператору крану. Причина в тому, що всі відомі рішення робочі тільки, коли усунені коливання вантажу при розгоні, на що витрачається зайвий час.

Зробивши аналіз відомих рішень, прийнята концепція подальших досліджень, а саме, отримати оптимальні за швидкодійністю закони керування, які не передбачують усунення коливань вантажу при розгоні, а тільки після зупинки крану в кінцевій заданій точці. В такій постановці задача значно ускладнюється тому що перед початком гальмування вантаж здійснює вільні коливання. Додатково накладені обмеження на максимальне відхилення вантажу від вертикальної осі. В такій постановці ця задача ще не розглядалася.

### Результати досліджень.

Розглянемо двомасову модель крана (рис.1), яка складається з візка масою  $m_1$  і вантажу масою  $m_2$ , підвішеного на гнучкому канаті довжиною  $l$ . На візок діє рушійне зусилля  $F(t)$  і зусилля статичного опору  $W$ .

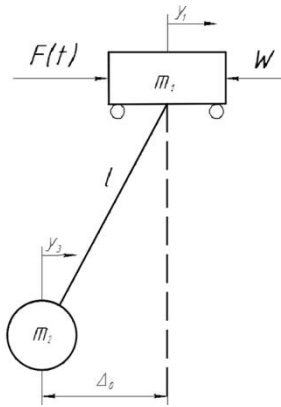


Рис. 1. Розрахункова схема

Рух такої моделі описується системою диференціальних рівнянь

$$\dot{y}_1 = y_2, \dot{y}_2 = \frac{(y_2 - y_1)m_2 g}{m_1 l} + U(t), \dot{y}_3 = y_4, \dot{y}_4 = \frac{(y_1 - y_2)g}{l}, \quad (1)$$

де  $U(t) = (F(t) - W)/m_1$ ;  $y_1, y_2$  - переміщення і швидкість візка;  $y_3, y_4$  - переміщення і швидкість вантажу;  $g$  - гравітаційна константа.

В якості керуючого параметру вибрано рушійне зусилля  $F(t)$ . Але у подальшому керуючим параметром будемо рахувати параметр  $U(t)$ , який є пропорційний  $F(t)$ .

Оптимізаційна задача формулюється наступним чином: необхідно знайти закон керування  $U(t)$ , який має мінімальну кількість перемикачів і при цьому візок з вантажем, що висить на канаті, переміститься на визначену відстань  $S$  з повним гасінням коливань вантажу наприкінці руху. При цьому мають виконуватися наступні обмеження:

$$|F(t)| \leq K, \quad y_2 \leq v_0, \quad |y_3 - y_1| \leq \Delta_0, \quad (2)$$

де  $K$  - максимально можливе рушійне зусилля,  $v_0$  - номінальна швидкість візка,  $\Delta_0$  - максимально можливе відхилення вантажу від вертикальної осі.

Було встановлено, що оптимальний закон керування згідно принципу максимума Л.С.Понтрягіна [5]: має релейний вид. Тому на кожній ділянці перевантажувального циклу  $U(t) = U_0 = \text{const}$ . Враховуючи це, рішення системи рівнянь (1) можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} y_1 &= b_1 + b_2 t - b_3 \frac{m_2}{m_1} \cos \lambda t - b_4 \frac{m_2}{m_1} \sin \lambda t + \frac{U_2}{\lambda^2} \left[ \frac{gt^2}{2l} + \left(1 - \frac{g}{l\lambda^2}\right)(1 - \cos \lambda t) \right], \\ y_3 &= b_1 + b_2 t + b_3 \cos \lambda t + b_4 \sin \lambda t + \frac{gU_0}{l\lambda^2} \left[ \frac{t^2}{2} - \frac{1}{\lambda^2} (1 - \cos \lambda t) \right] \\ y_2 &= \dot{y}_1 \\ y_4 &= \dot{y}_3 \end{aligned} \quad (3)$$

де  $b_1 = (m_1 y_{01} + m_2 y_{03})/m$ ,  $b_2 = (m_1 y_{02} + m_2 y_{04})/m$ ,  $b_3 = m_1 (y_{03} - y_{01})/m$ ,  $b_4 = \lambda^{-1} m_1 (y_{04} - y_{02})/m$ ,  $\lambda = \sqrt{g/l\mu}$ ,  $\mu = m_1/(m_1 + m_2)$ ,  $m = m_1 + m_2$ .

Процес руху моделі зручно досліджувати на фазовій площині  $(\xi_1, \xi_2)$ :  $\xi_1 = (y_3 - y_1)\lambda$ ,  $\xi_2 = y_4 - y_2$ .

Фазові траєкторії на перехідних ділянках виглядають як концентричні кола з центром в точці  $O_1(-K-W)/m_1\lambda$  при розгоні і з центром в точці  $O_2((K+W)/m_1\lambda)$  при гальмуванні (рис.2).

Рівняння цих кіл має вигляд

$$(\xi_1 + U_0/\lambda)^2 + \xi_2^2 = (U_0/\lambda)^2 + \frac{b_3^2 \lambda^2}{\mu^2} + \frac{b_4^2 \lambda^2}{\mu^2} + \frac{2U_0 b_3}{\mu^2}$$

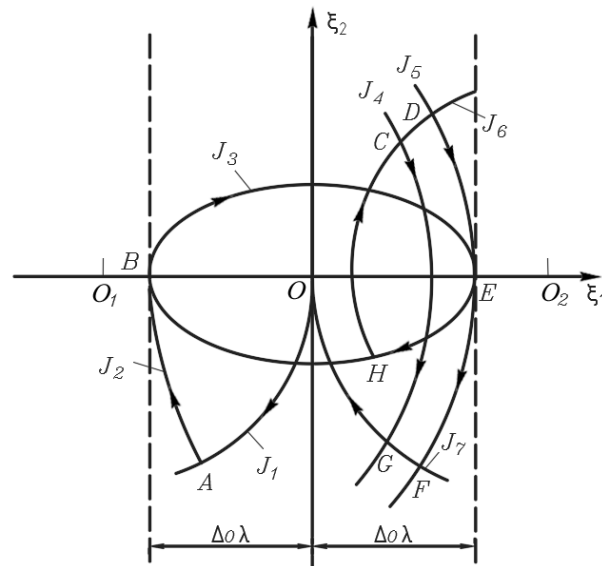


Рис. 2. Фазові траєкторії, коли  $\Delta_0 \leq (K-W)/m_1 \lambda$

Рух по траєкторії здійснюється за годинною стрілкою і радіус кола залежить від початкових фазових координат. Час руху по будь-якій траєкторії

$$t_i = \varphi_i / \lambda \quad (4)$$

де  $\varphi_i$  – величина центрального кута, на який спирається дуга кола;  $i=1,2,\dots$  – номер етапа.

Оскільки фазова координата  $\xi_1$  пропорційна величині відхилення вантажу, на площині  $(\xi_1, \xi_2)$  можна легко показати область допустимих значень, обумовлену третьою нерівністю з (2). Вона обмежена двома вертикальними осями, що рівно віддалені від початку координат на величину  $\Delta_0 \lambda$  (рис.2).

Розглянемо окремо всі етапи перевантажувального циклу.

*Розгін візка.* Будемо вважати, що номінальна швидкість  $v_0$  достатньо велика і досягнути її у межах області допустимих значень неможливо якщо рухатись по траєкторії  $J_1$  (рис.2). Тоді розгін візка буде здійснюватися наступним чином: необхідно вивести вантаж на максимальне допустиме значення  $\Delta_0$  і подальший розгін здійснювати з відхиленням вантажом. Як видно з рис.2, положенню, коли вантаж відхилен на величину  $\Delta_0$  відповідає точка В, в яку можна потрапити найкоротшим шляхом по траєкторії ОАВ. Вирішуючи рівняння  $y_3 - y_1 = \Delta_0$  відносно  $U_0$ , можна отримати його значення для утримання вантажу у відхиленому стані  $U_0 = \Delta_0 \lambda^2$ . Таке керування справедливо для  $\Delta_0 \leq (K-W)/m_1 \lambda^2$ , якщо навпаки, то буде порушено обмеження на рушійне зусилля.

Тривалість перших двох ділянок визначаються за формулою (4), а тривалість ділянки утримання вантажу у відхиленому стані  $t_6 = l(v_0 - v_6) / \Delta_0 g$ , де  $v_6$  – швидкість візка після перших двох ділянок.

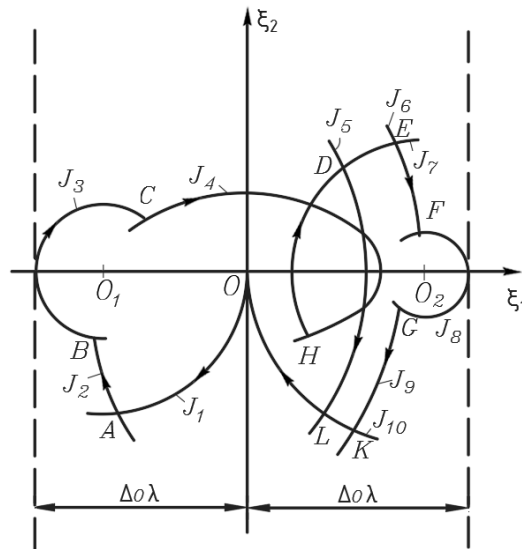


Рис. 3. Фазові траєкторії, коли  $\Delta_0 > (K-W)/m_1\lambda$

Тепер знайдемо керування у випадку, коли  $\Delta_0 > (K-W)/m_1\lambda^2$ . Для того, щоб досягти номінальної швидкості і не порушувати обмеження (2), необхідно перейти з траєкторії  $J_1$ , (рис.3) на найближчу траєкторію розгону типу  $J_2$ . Необхідно із безліч траєкторій типу  $J_2$  вибрати таку, у якій ділянка  $AB$  була б мінімальною. Тому тривалість першої ділянки визначається з умови мінімальної тривалості другої ділянки, яка визначається за формулою (4). Для визначення тривалості третього етапу необхідно розв'язати трансцендентне рівняння  $y_2 = v_0$ , використовуючи формулу  $y_2$  з (3).

*Рух візка з номінальною швидкістю.* Для забезпечення сталої швидкості руху візка з урахуванням коливань вантажу був отриманий закон керування

$$U(t) = -\frac{m_2 g}{m_1 t} [((y_{03} - y_{01}) \cos \mu t + (y_{04} - y_{02}) \sin \mu t)],$$

де  $\mu = \sqrt{g/l}$

В цьому випадку фазова точка рухається у напрямку годинної стрілки по еліпсу  $J_3$  (Рис.2), або по еліпсу  $J_4$  (Рис.3). Його рівняння записується наступним чином

$$\frac{\xi_1^2}{\xi_{10}^2 + (\lambda \mu^{-1} \xi_{20})^2} + \frac{\xi_2^2}{(\xi_{10} \mu \lambda^{-1})^2 + \xi_{10}^2} = 1$$

Тривалість етапу рівномірного руху визначається в залежності від відстані на яку має переміститися візок.

*Гальмування візка.* Процес гальмування є найскладнішим етапом тому що треба повністю усунути коливання вантажу в заданій точці після зупинки візка і з дотриманням обмежень (2). Основні труднощі пов'язані з тим, що на початку процесу гальмування фазовий стан системи «візок-вантаж» може бути будь-який. На фазовій площині  $(\xi_1, \xi_2)$  це теж саме як потрапляння з будь-якої точки фазового простору в початок координат, де швидкість візка має дорівнювати нулю.

В залежності від  $\Delta_0$  процес гальмування може здійснюватися двома способами.

1). Випадок, коли  $\Delta_0 \leq (K+W)/(m_1\lambda^2)$ . Якщо серед траєкторій типу  $HCGO$  (рис.2) не буде знайдено рішення, тоді гальмування буде здійснюватися по траєкторії  $HDEFO$ , де в точці  $E$  з'явиться етап утримання вантажу у відхиленому стані за допомогою керування  $U_0 = -\Delta_0 \lambda^2$ . При цьому швидкість візка буде рівномірно зменшуватися з початкової  $v_1$  до такого значення  $v_2$ , щоб при подальшому русі по  $EFO$  швидкість візка в точці  $O$  мала

бути нуль. Тривалість цього етапу визначається за формулою  $t_E = l(v_1 - v_2) / \Delta_0 g$ . Значення  $v_2$  легко знайти якщо рухатись з початку координат по  $OFE$  при зворотному відліку часу.

2). Випадок, коли  $\Delta_0 > (K + W) / (m_1 \lambda^2)$ . Якщо серед траєкторій типу  $HDLO$  (рис.3) не буде знайдено рішення, то за логікою з етапом розгону, необхідно здійснити перехід з кола  $J_7$  на коло  $J_8$ , яке лежить повністю в області допустимих значень. Це можна зробити по колу  $J_6$ , причому з безліч траєкторій типу  $HFE$  треба вибрати таку, у якій дільниця  $EF$  мінімальний. Тривалість руху по  $J_8$  визначається з умови, щоб швидкість візка в точці  $O$  була нулю.

Тривалість інших етапів процесу аналогічно тому, як це робилось на стадії розгону.

На основі викладених вище досліджень були розроблені алгоритми пошуку закону керування і складений пакет програм для ПК.

На рис.4 показані графіки перехідних процесів, де  $F(t)$  – рушійне зусилля,  $y_2$  – швидкість руху візка,  $\Delta$  – відхилення вантажу від вертикальної осі. Розрахунок зроблений для таких параметрів крана:  $m_1 = 7425 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 6200 \text{ кг}$ ,  $K = 22620 \text{ Н}$ ,  $W = 13070 \text{ Н}$ ,  $\Delta_0 = 0,55 \text{ м}$ ,  $S = 14 \text{ м}$ ,  $l = 6,2 \text{ м}$ ,  $v_0 = 1,77 \text{ м/с}$ .

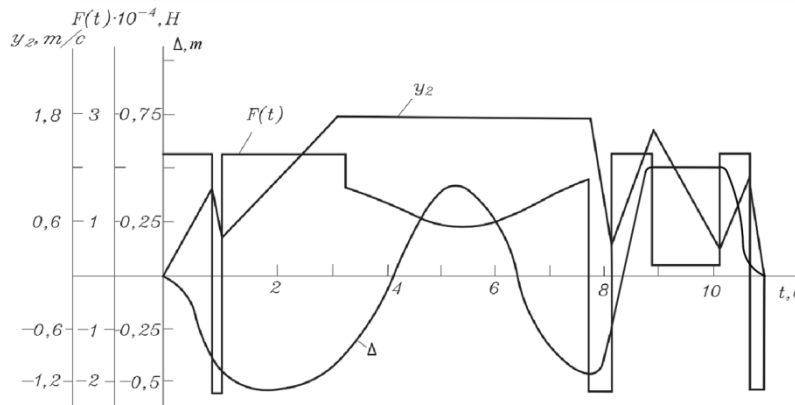


Рис. 4. Графіки перехідних процесів

Цей варіант відноситься до випадку, коли

$$(K - W) / (m_1 \lambda^2) < \Delta_0 < (K + W) / (m_1 \lambda^2)$$

Отриманий закон керування може бути реалізований на крані за допомогою системи автоматичного керування на базі мікропроцесорної техніки. Виходячи з характеру зміни рушійної сили можна зробити висновок, що найкращими приводами для реалізації отриманих законів керування є частотний, тиристорний або гідрооб'ємний.

#### Список використаних джерел

1. Свіргун В.П., Свіргун В.В., Антощенко Р.В. Мікропроцесорна система керування мостовим краном на базі Ардуіно. «Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів» № 23, 2022. - С. 87-91.
2. Свіргун В.П., Свіргун О.А. Проблеми, що виникають при автоматизації кранів мостового типу. «Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів» № 21, 2020. - С. 92-96.
3. Григоров О.В., Свіргун В.П., Аніщенко Г.О. Оптимальне керування підйомно-транспортними машинами - Optimale Steuerung für Hebe- und Fördermaschinen : навч. посіб. – Х. : НТУ «ХПІ», 2014. – 240 с.
4. Антощенко Р. В., Свіргун В. П., Свіргун О. А., Свіргун В. В. Аналіз роботи мікропроцесорної системи керування мостовим краном з використанням оптимальних

законів керування. Український журнал прикладної економіки та техніки. 2024. Том 9. № 2. С. 107 – 112.

5. Gamkrelidze R. V. L. S. Pontryagin selected works volume 4: The Mathematical Theory of Optimal Processes. CRC Press, 2019. 519 p.

6. Рижков О.М., Кондратенко І.П., Толочко О.І., Стяжкін В.П. Шляхи побудови системи автоматичного керування краном-маніпулятором. XXIV міжнародна конференція з автоматичного керування: Автоматика-2017, м. Київ, Україна, 13-15 вересня, 2017. С. 104-105.

7. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. Динамічна оптимізація механізму підйому вантажу мостових кранів: монографія. Київ : ЦП «Компринт», 2015. 197 с.

8. Aksjonov A., Vodovozov V., Petlenkov E., Three-Dimensional Crane Modelling and Control Using Euler-Lagrange State-Space Approach and Anti-Swing Fuzzy Logic. Electrical, Control and Communication Engineering. 2015. №9(1). С. 5-13.

9. Kwon D., Eom M., Chwa D. Anti-Sway Control of the Overhead Crane System using HOSM Observer. J Electr Eng Technol. 2016. №11, С. 1921-1928.

10. Habibi, H., O'Connor, W.: Payload motion control of rotary gantry and luffing cranes using mechanical wave concepts. Transactions of the Institute of Measurement and Control, Vol. 39 (11), 1649-1662, 2017.

11. Liyana, R. Control strategies for crane systems: A comprehensive review / R. Liyana, Z. Mohamed, M.A. Auwalu, H.I. Jaafar, I. M. Lazim // Mechanical Systems and Signal Processing. Volume 95, 2017. P. 1-23.

12. Fang, Y.; Ma, B.; Wang, P.; Zhang, X. A Motion Planning-Based Adaptive Control Method for an Underactuated Crane System. IEEE Trans. Control Syst. Technol. 2012, 20, 241–248.

13. Pezeshki, S.; Badamchizadeh, M.A.; Ghiasi, A.R.; Ghaemi, S. Control of Overhead Crane System Using Adaptive Model-Free and Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controllers. J. Control Autom. Electr. Syst. 2015, 26, 1–15.

14. Sun, N.; Wu, Y.; Chen, H.; Fang, Y. An energy-optimal solution for transportation control of cranes with double pendulum dynamics: Design and experiments. Mech. Syst. Signal Process. 2018, 102, 87–101.

15. Shi, H.; Li, G.; Bai, X.; Huang, J. Research on Nonlinear Control Method of Underactuated Gantry Crane Based on Machine Vision Positioning. Symmetry 2019, 11, 987.

16. Kolar B., Rams H., and Schlacher K. "Time-optimal flatness based control of a gantry crane," Control Engineering Practice, vol. 60, pp. 18–27, 2017.

17. Kimmerle, S-J. Gerdts, M., Herzog, R.: Optimal control of an elastic crane trolley load system a causes study for optimal control of coupled ode pde systems. Mathematical and Computer Modelling of Dynamic Systems, Vol. 24, 182-206, 2018.

18. Smoczek J., Szpytko J., Particle swarm optimization-based multivariable generalized predictive control for an overhead crane, IEEE/ASME Trans. Mechatronics, 22, 1, 258-268 (2017)

19. Muhammad A. K. Modeling and a Control Strategy for Gantry Crane Systems J. Teknologi 13 No. 4 2011.

## References

1. Svirhun V.P, Svirhun V.V., Antoshchenkov R.V. Mikroprotsesorna systema keruvannia mostovym kranom na bazi Arduino. . «Tekhnichniy servis ahropromyslovoho, lisovoho ta transportnoho kompleksiv» № 23, 2022. - S. 87-91.

2. Svirhun V.P., Svirhun O.A. Problemy, shcho vynykaiut pry avtomatyzatsii kraniv mostovoho typu. «Tekhnichniy servis ahropromyslovoho, lisovoho ta transportnoho kompleksiv» № 21, 2020. - S. 92-96.

3. Hryhorov O.V., Svirhun V.P., Anishchenko H.O. Optymalne keruvannia pidiomno-transportnymy mashynamy - Optimale Steuerung für Hebe- und Fördermaschinen : navch. posib. – Kh. : NTU «KhPI», 2014. – 240 s.
4. Antoshchenkov R. V., Svirhun V. P., Svirhun O. A., Svirhun V. V. Analiz roboty mikroprotseornoj systemy keruvannia mostovym kranom z vykorystanniam optymalnykh zakoniv keruvannia. Ukrainskyi zhurnal prykladnoi ekonomiky ta tekhniky. 2024. Tom 9. № 2. S. 107 – 112.
5. Gamkrelidze R. V. L. S. Pontryagin selected works volume 4: The Mathematical Theory of Optimal Processes. CRC Press, 2019. 519 r.
6. Ryzhkov O.M., Kondratenko I.P., Tolochko O.I., Stiazhkin V.P. Shliakhy pobudovy systemy avtomatychnoho keruvannia kranom-manipuliatorom. XXIV mizhnarodna konferentsiia z avtomatychnoho keruvannia: Avtomatyka-2017, m. Kyiv, Ukraina, 13-15 veresnia, 2017. S. 104-105.
7. Loveikin V.S., Romasevych Yu.O. Dynamichna optymizatsiia mekhanizmu pidiomu vantazhu mostovykh kraniv: monohrafiia. Kyiv : TsP «Kompynt», 2015. 197 s.
8. Aksjonov A., Vodovozov V., Petlenkov E., Three-Dimensional Crane Modelling and Control Using Euler-Lagrange State-Space Approach and Anti-Swing Fuzzy Logic. Electrical, Control and Communication Engineering. 2015. №9(1). S. 5-13.
9. Kwon D., Eom M., Chwa D. Anti-Sway Control of the Overhead Crane System using HOSM Observer. J Electr Eng Technol. 2016. №11, S. 1921-1928.
10. Habibi, H., OConnor, W.: Payload motion control of rotary gantry and luffing cranes using mechanical wave concepts. Transactions of the Institute of Measurement and Control, Vol. 39 (11), 1649-1662, 2017.
11. Liyana, R. Control strategies for crane systems: A comprehensive review / R. Liyana, Z. Mohamed, M.A. Auwalu, H.I. Jaafar, I. M. Lazim // Mechanical Systems and Signal Processing. Volume 95, 2017. P. 1-23.
12. Fang, Y.; Ma, B.; Wang, P.; Zhang, X. A Motion Planning-Based Adaptive Control Method for an Underactuated Crane System. IEEE Trans. Control Syst. Technol. 2012, 20, 241–248.
13. Pezeshki, S.; Badamchizadeh, M.A.; Ghiasi, A.R.; Ghaemi, S. Control of Overhead Crane System Using Adaptive Model-Free and Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controllers. J. Control Autom. Electr. Syst. 2015, 26, 1–15.
14. Sun, N.; Wu, Y.; Chen, H.; Fang, Y. An energy-optimal solution for transportation control of cranes with double pendulum dynamics: Design and experiments. Mech. Syst. Signal Process. 2018, 102, 87–101.
15. Shi, H.; Li, G.; Bai, X.; Huang, J. Research on Nonlinear Control Method of Underactuated Gantry Crane Based on Machine Vision Positioning. Symmetry 2019, 11, 987.
16. Kolar B., Rams H., and Schlacher K. “Time-optimal flatness based control of a gantry crane,” Control Engineering Practice, vol. 60, pp. 18–27, 2017.
17. Kimmerle, S-J. Gerdts, M., Herzog, R.: Optimal control of an elastic crane trolley load system a causes study for optimal control of coupled ode pde systems. Mathematical and Computer Modelling of Dynamic Systems, Vol. 24, 182-206, 2018.
- 18 Smoczek J., Szpytko J., Particle swarm optimization-based multivariable generalized predictive control for an overhead crane, IEEE/ASME Trans. Mechatronics, 22, 1, 258-268 (2017)
19. Muhammad A. K. Modeling and a Control Strategy for Gantry Crane Systems J. Teknologi 13 No. 4 2011.

Отримано: 02.04.2026. Прийнято: 13.04.2026. Опубліковано: 15.05.2026.